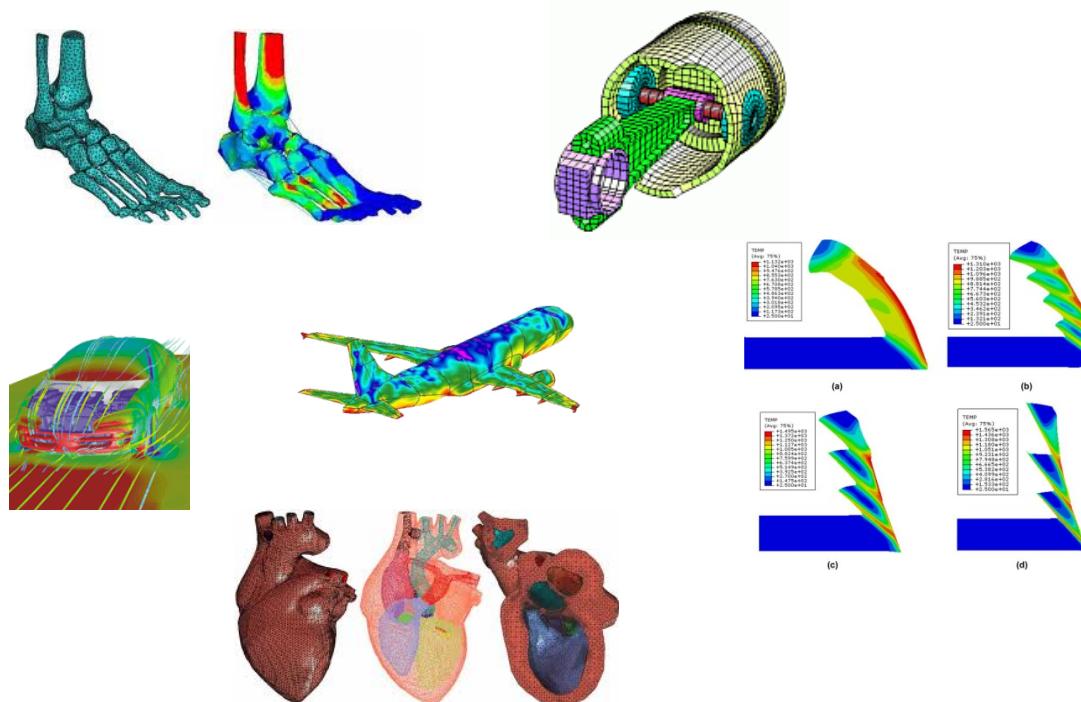




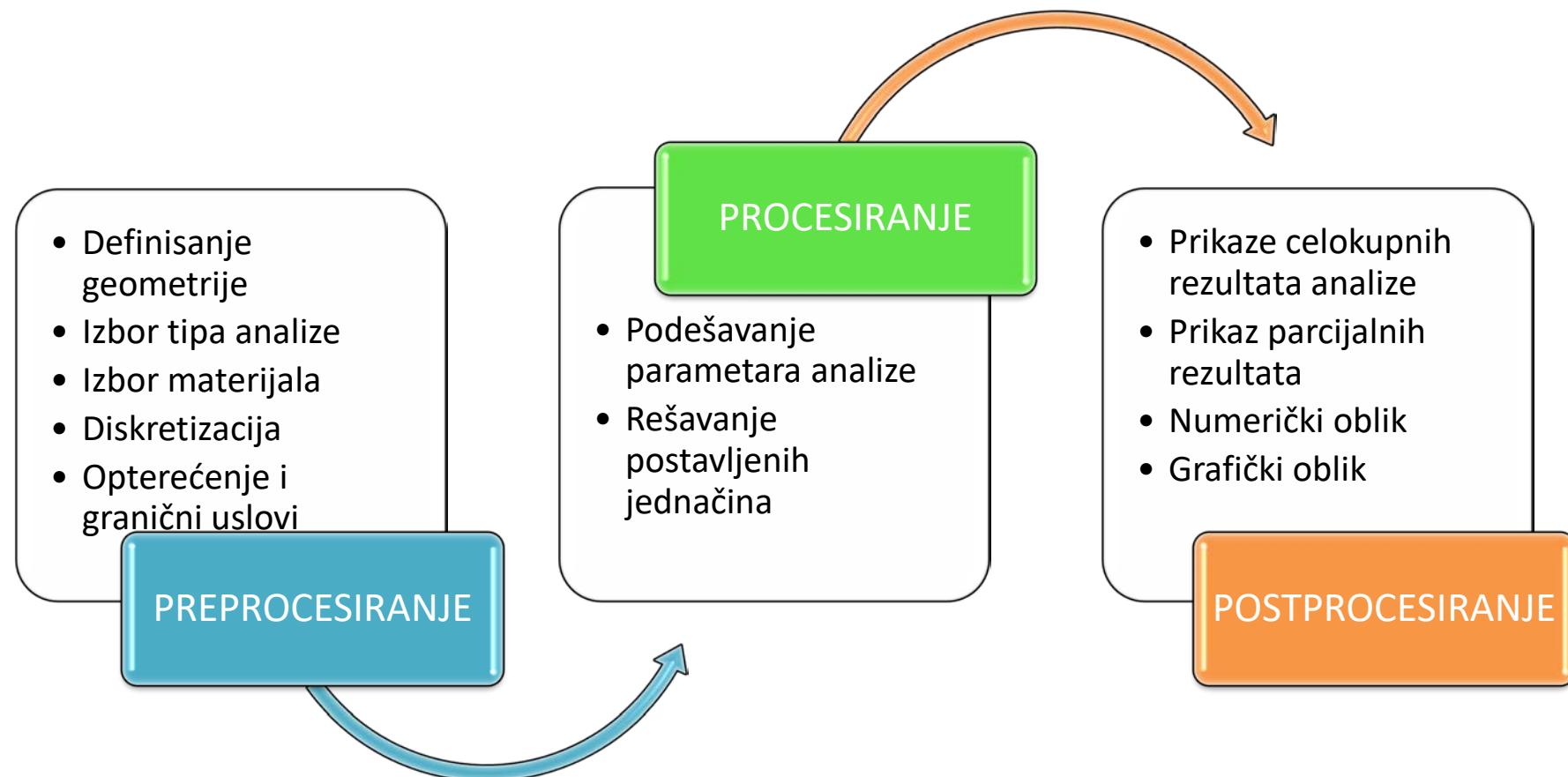
4. Analiza u programskim sistemima baziranim na MKE





1. Proces analize u programskim sistemima

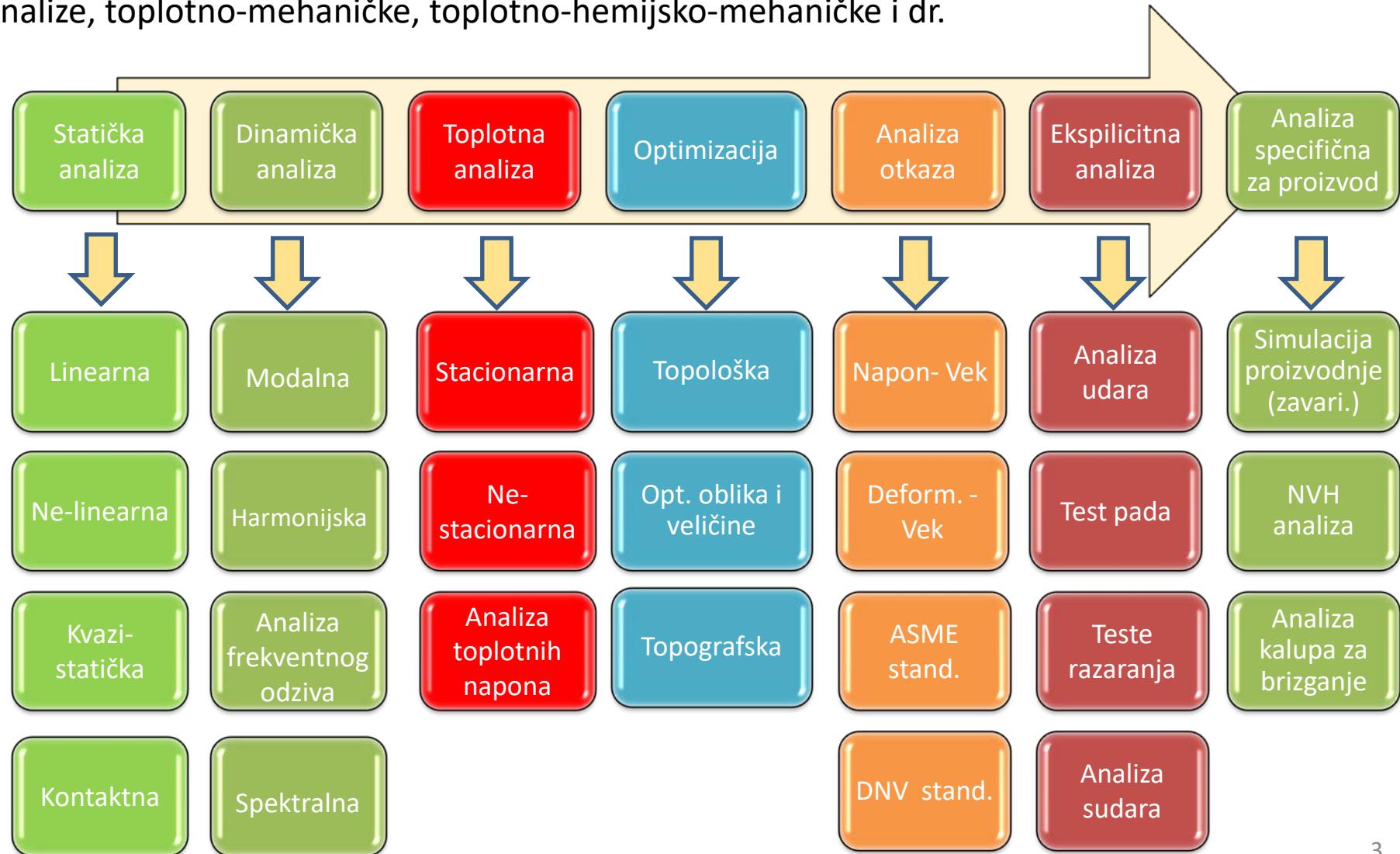
Proces analize u programskim sistemima baziranim na metodi konačnih elemenata, definsan je kroz tri faze.





2. Pojedini tipovi analize

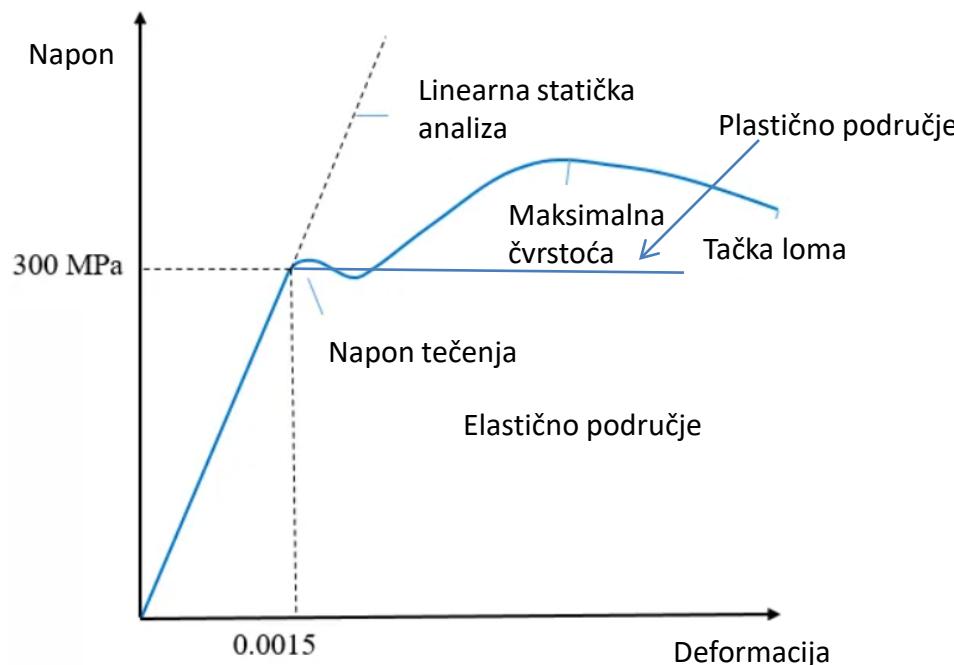
Jedna od najvećih prednosti je primena na povezane probleme poput: fluidno-strukturne analize, toplotno-mehaničke, toplotno-hemijsko-mehaničke i dr.





3. Definisanje osobina materijala

- Svojstva materijala su veoma važna i prva prepostavka se odnosi da bilo koji MK model se u potpunosti može definisati sa mehaničkim osobinama materijala.
- Najveći broj matrijala koji se koriste za analize su linearni izotropni materijali.
- Mehaničke osobine koje se uvek moraju definisati kod analiza su: **modul elastičnosti, Paosonov koeficijent.**
- Potrebna svojstva materijala zavise od tipova analize koje se izvršavaju (linearna ili nelinearna, statička ili dinamička analiza, stacionarna ili ne-stacionarna, itd.).





3. Definisanje osobina materijala

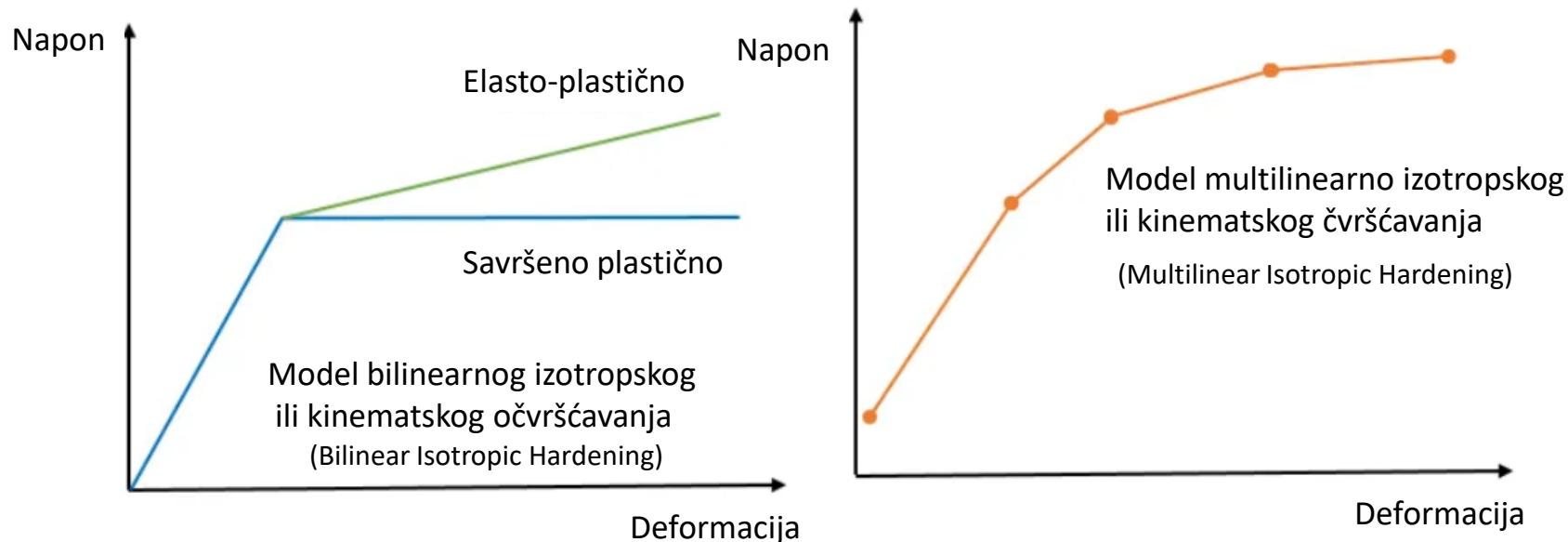
- Minimum svojstava materijala koji su potrebni za pojedine analize.

Svojstva materijala	Liearna statička	Nelinear. kontaktna	Nelinearni materijali	Nelinearna dinamička	Analiza otkaza	Linearna dinamička, modalna itd	Stacion. topotna	Nestacio. topotna
Modul elastičnosti	DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA
Paos. koef.	DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA
Gustina	DA	DA	DA	DA	DA	DA*	DA	DA
Topl. provodljiv.							DA	DA
Top. širenje							DA	DA
Spec. topota							DA	DA
Krina napon – deform.			DA					
Kriva veka otkaza (SN kriva)					DA			



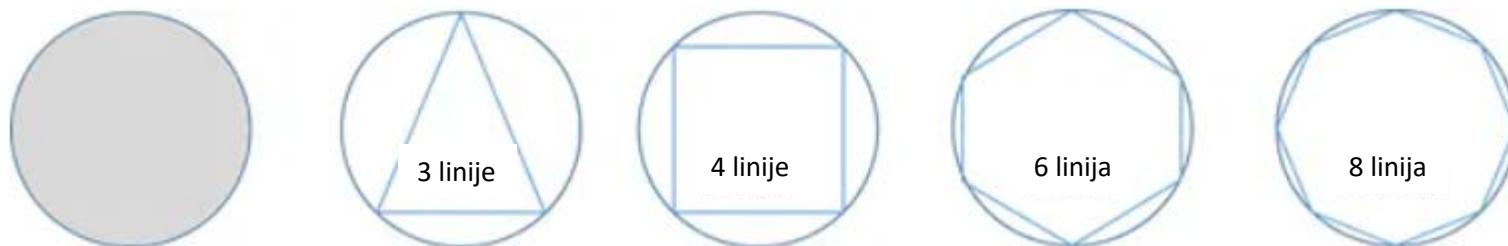
3. Definisanje osobina materijala - Bilinearni ili multilinearni izotropni materijal

- Mehaničke osobine koje se uvek moraju definisati kod ovih materijala su: **granica tečenja (yield strength)**, **tangentni modul elastičnosti (tangent modulus)**.
- Matrice krutosti kod nelinearnog ponašanja materijala imaju formalno isti oblik kao i pri linearном ponašanju materijala, ali se umesto **konstantnog modula elastičnosti (E)** javlja **tangentni modul (Et)** koji zavisi od nivoa naprezanja u elementu.
- Bilinearni materijali se mogu definisati kao elasto-plastični i savršeno plastični materijali



4. Diskretizacija

- ❑ Cilj diskretizacije modela da što vernije definiše oblik i ponašanje realnog fizičkog sistema, konstrukcije i sl.
- ❑ U ovom delu aktivnosti treba izabrati i takve konačne elemente koji imaju osobine da najbolje simuliraju ponašanje realnog fizičkog objekta.
- ❑ Od veličine elementa, načina diskretizacije i vrste elementa direktno zavise i rezultati analize.
- ❑ Generisanje mreže, pre svega, zavisi od geometrije posmatranog objekta.

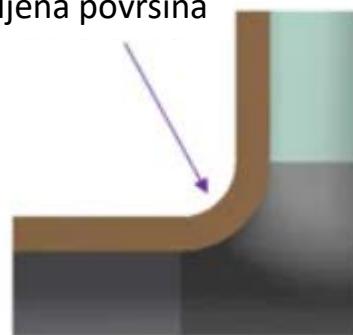




4. Diskretizacija

- Ako na posmtranom problemu postoje radijusi gde se javlja koncentracija napona, mreža konačnih elemenata mora biti gušća, odnosno sitnija (manja dužina stranice konačnog elementa) bliže tim zonama.
- Veći broj čvorova i elemenata = **VEĆA TAČNOST IZLAZNIH PARAMETARA**

Zaobljena površina



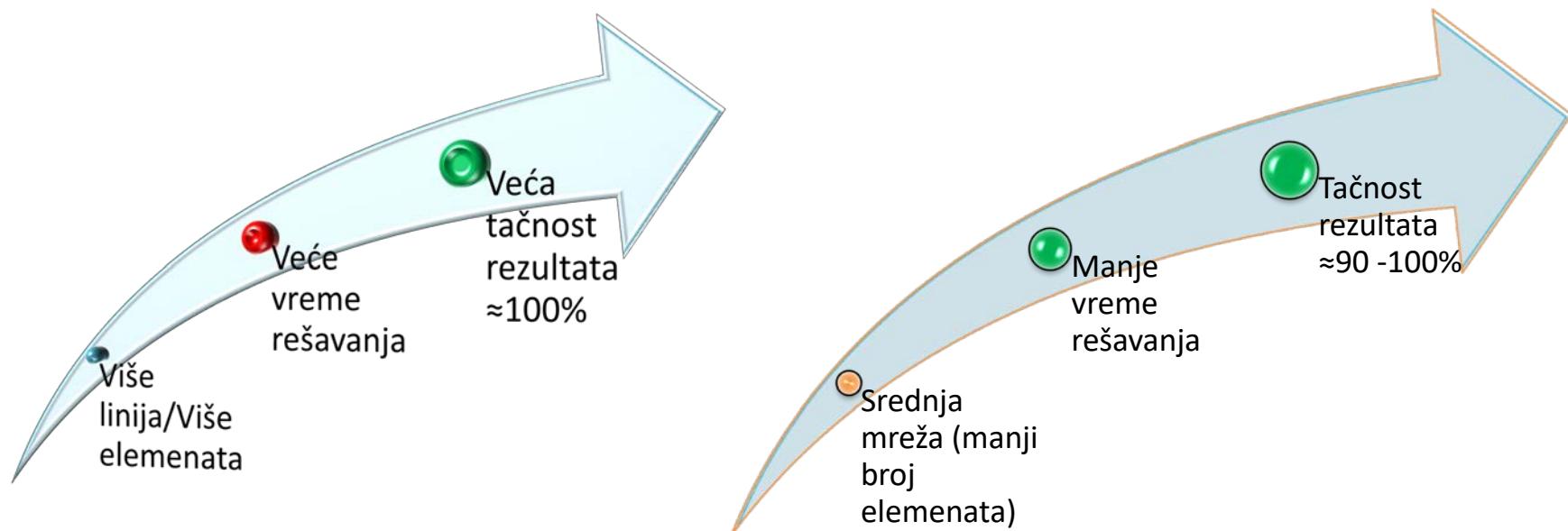


4. Diskretizacija

Zašto uvek ne uzeti gušču mrežu i veliki broj čvorova



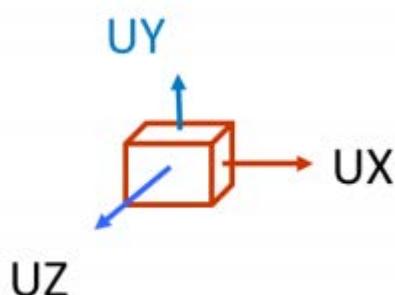
- Vreme rešavanja zavisi od ukupnog broja stepeni slobode koje treba analizirati, odnosno ono je direktno proporcionalno broju stepeni slobode.
- Srednja veličina mreže redukuje vreme rešavanja, bez uticaja na tačnost izlaznih parametara.





5. Opterećenja i ograničenja

- Opterećenja i oslonci odgovaraju stepenima slobode koji su dostupni za elemente koji se koristi za definisanje modela.
- Zapreminskim modelima odgovaraju stepeni slobode u X, Y i Z pravcu. Za površinsku geometriju i drede se dodaju i rotacioni stepeni slobode oko X, Y i Z ose.
- Granični uslovi su uvek definisani u skladu sa stepenima slobode.
- Granični uslovi se mogu primeniti na geometriju modela ili na čvorove u zavisnosti od vrste opterećenja.





5. Opterećenja i ograničenja

Opterećenja koja se najčešće mogu sresti u programskim sistemima baziranim na metodi konačnih elemenata se mogu podeliti u tri grupe:

Globalna opterećenja

- gravitaciono ubrzanje/centrifuga lno opterećenje,
- brzina,
- temperaturna.

Opterećenja u čvorovima

- sila/moment,
- pomeranje,
- brzina,
- temperaturna,
- generisana toplota,
- toplotni fluks.

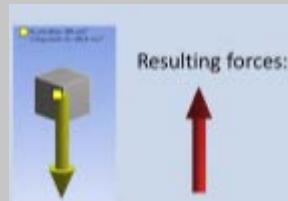
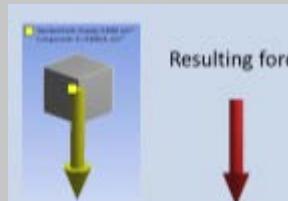
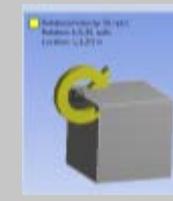
Opterećenja po elementima

- kontinualno,
- pritisak,
- temperaturna,
- konvekcija,
- kondukcija,
- radijacija.



5. Opterećenja i ograničenja

- Mnoga opterećenja je moguće definisati preko vektora ili komponeneti vektora.
- Opterećenja mogu imati komponente u pravcima koja su definisana u opštem ili lokalnom koordinatnom sistemu.

	Ubrzanje (svi delovi)	Sila gravitacije (svi delovi)	Brzina rotacije (selektovani delovi)
Jedinice	Dužina/vreme ²	Dužina/vreme ²	Rad/sekundi ili o/min
Definsano preko	Komponeneti ili Vektora	U pravcu lokalnog ili globalnog koordinatnog sistema	Komponeneti ili Vektora
Napomena			

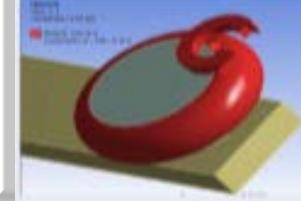
Ubrzanje – koristi se kada su poznate vrednosti ubrzanja koje deluje kao opterećenje na sistem.

Gravitacija – kada se želi uključiti uticaj sopstvene težine modela.

Brzina rotacije – uključuje efekat obrtanja predmeta bez ubrzanja.



5. Opterećenja i ograničenja

	Pritisak po površini	Pritisak po liniji	Sila	Moment
Jedinice	N/m ²	N/m	N	Nm
Definsano preko	Komponeneti ili Vektora	Vektora, komponenetni ili tangencijalno (duž linije)	Komponenetni ili Vektora	Komponenetni ili Vektora
Napomena	Pozitivna vrednost deluje na površinu, negativna sa površine 			

Pritisak – površinsko opterećenje koje se koristi npr. U slučajevima analize sudova pod pritiskom.

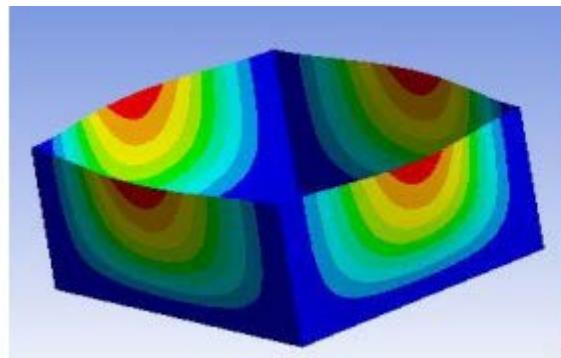
Sila – vektor silie ili komponeneta koja može delovati na površinu, ivicu ili temena.

Moment – često se koristi u slučaju torzije (uvrtanja)

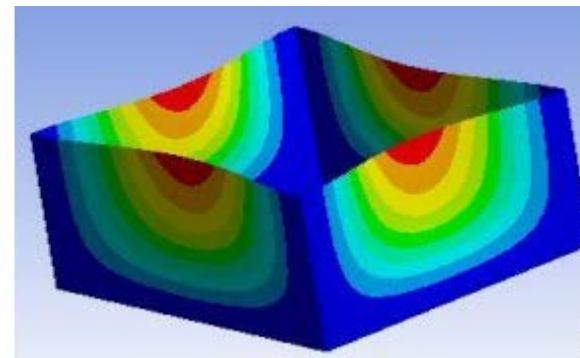
5. Opterećenja i ograničenja

Hidrostaticki pritisak – Pritisak izazvan težinom tečnosti

- Primjenjuje se kao linearno promenljivo opterećenje na površini radi simulacije delovanja sile fluida na strukturu.
- Može se primenjivati radi simulacije delovanja unutrašnjeg fluida (tečnost unutar posude) ili spoljašnjeg fluida (npr. Potopljeno telo)



Spoljašnji



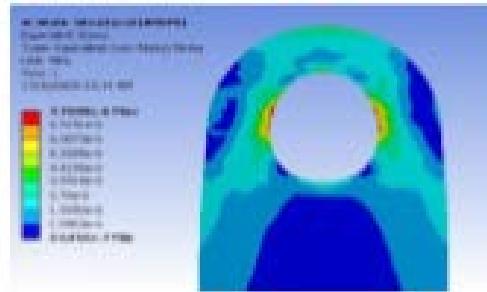
Unutrašnji



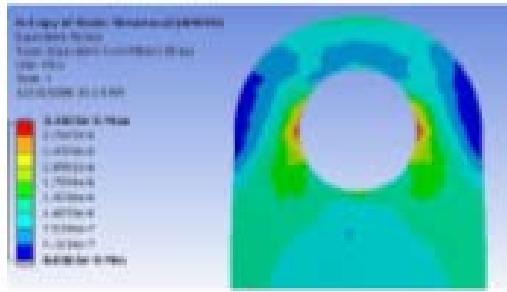
5. Opterećenja i ograničenja

Ležajno opterećenje (Bearing load)

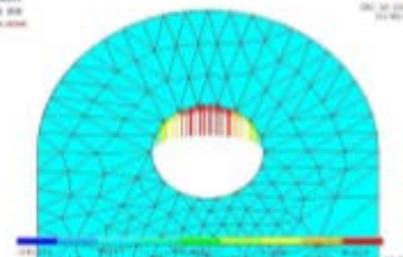
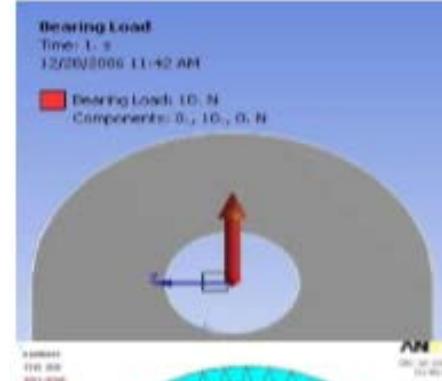
- Opterećenje koje se primjenjuje na cilindrične površine sa posebnom raspodelom sila (kompreijom) koje simuliraju neravnomerni pritisak između ležaja i osovine/vratila;
- Nema aksijalne komponente;
- Koristi se samo za opterećenje ležaja po cilindričnoj površini.
- Opterećenja ležaja se mogu definisati preko vektora ili komponeneti



Opterećenje ležaja



Opterećenje silom





5. Opterećenja i ograničenja

Opterećenje pomereno iz tačke dejstva (Remote Force)

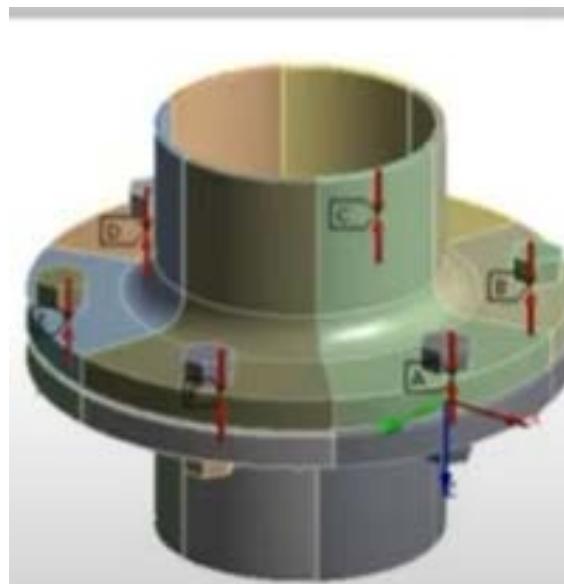
- Primjenjuje se kao ekvivalenta sila i/ili moment na površinu modela.
- Može se definisati kao vektor ili komponeneta.
- Primjenjena sila/moment u ovom slučaju deluje van modela, ali je povezana sa modelom.



5. Opterećenja i ograničenja

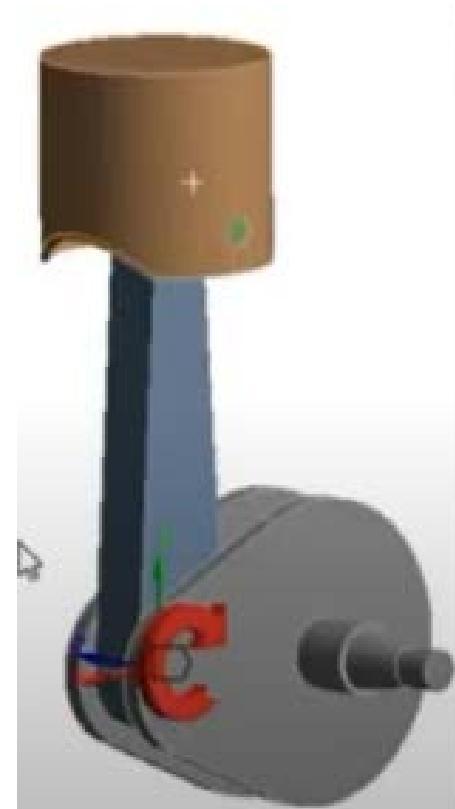
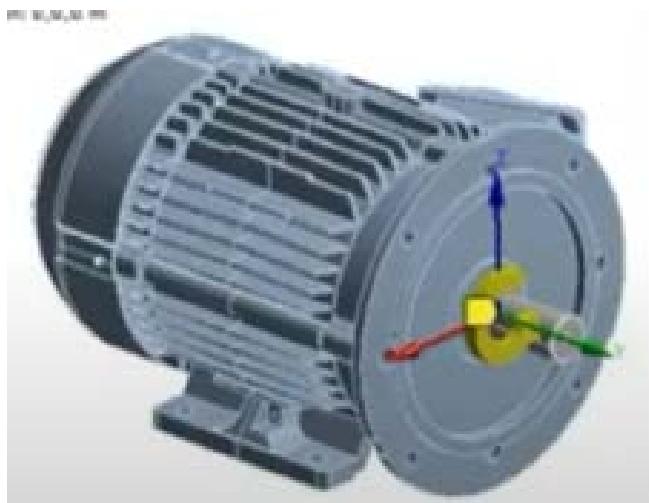
Zatezanje vijka (Bolt pretension)

- Primjenjuje prednaprezanje (vijci se često zatežu – unapred opterećuju radi povećanja nosivosti) na zapreminske cilindrični presek ili gredu definišući:
 - Silu prednaprezanja iii
 - Podešavanje dužine
- Za opterećenje tela se zahteva lokalni koordinatni sistem (prednaprezanje mora biti u Z pravcu)



5. Opterećenja i ograničenja

- Opterećenja mogu biti u vidu kretanja usled sopstvene frekvencije ili druge spoljašnje pobude, vibracija itd.
- Opterećenja u spoju su obično dinamička opterećenja kao: obrtanje/brzina rotacije, ubrzanje/moment.



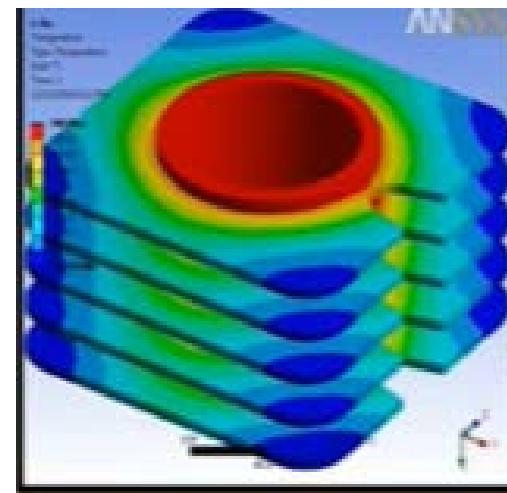


5. Opterećenja i ograničenja

Toplotna opterećenja (uslovi)

$$\varepsilon_{th}^x = \varepsilon_{th}^y = \varepsilon_{th}^z = \alpha(T - T_{ref})$$

- Primjenjuje se uniformna temperatura u struktornoj analizi.
- Moraju se navesti referentne temperature koje se mogu odnositi na sva tela ili pojedinačna tela.





5. Opterećenja i ograničenja

- Oslonci su jedan od najvažnijih aspekata konstrukcije, jer definišu kako se sile unutar konstrukcije prenose ka zemlji ili ka drugim elementima.
- Poznavanje odgovarajućih oslonaca je potrebno pre rešavanja modela, jer nam govori kakvi su granični uslovi (ograničenja).
- Oslonci su kritičan deo svake strukturne analize.
- Strukturni sistemi imaju zavarene spojeve, navojne veze, veze ostvarene čivijama itd.
- Sistemi ili oprema mogu biti oslonjeni elastičnim osloncima, krutim vezama, prigušnicama, oprugama itd.
- Oslonci ili granični uslovi predstavljaju fiksni položaj u statičkoj analizi. Oni se mogu idealizovati na osnovu pravilno izabranih stepeni slobode.
- Kada oslonac ograničava kretanje usled delovanja spoljašnje sile, na osloncima će se javiti sila reakcije.



5. Opterećenja i ograničenja

Fiksni oslonac (Fixed Support)

- Ograničava sve stepene slobode izabranog entiteta;
 - Zapreminska tela: ograničenje u X, Y i Z pravcu
 - Površinska i linijska tela: ograničenja u X, Y i Z pravcu i rotacije oko X, Y i Z ose.
- Definiše se na liniji, u tački ili na površini modela

Slobodni oslonac (Displacement)

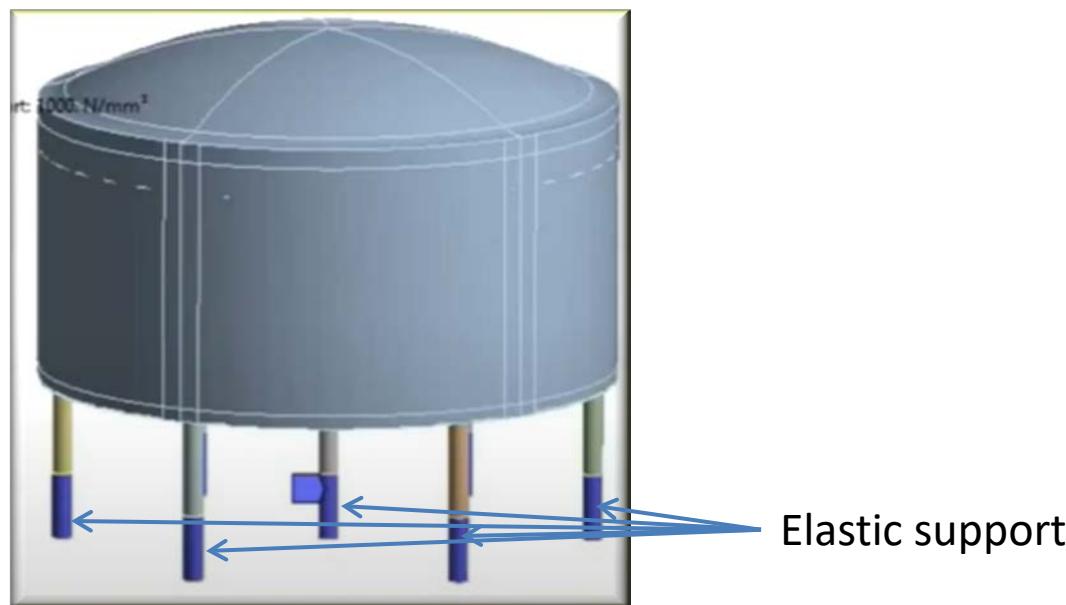
- Omogućava zadavanje diskretnih vrednosti pomeranjima u X, Y i Z pravcu.
- Postavljanjem vrednosti na “0” za neki od pravaca znači da je kretanje ograničeno u tom ili tim pravcima. U slučaju ne zadavanja konkretnе vrednosti smatra se da je kretanje slobodno - *objekat se kreće kao kruto telo*.
- Definiše se na liniji, u tački ili na površini modela



5. Opterećenja i ograničenja

Elastični oslonac (Elastic Support)

- Ovo ograničenje primjenjuje fleksibilni oslonac bez trenja na površinu;
 - Zahteva se definisanje krutosti "temelja"
 - Krutost temelja je pritisak potreban za proizvođenje jediničnog normalnog izvijanja "temelja"
- Definiše se na na površini modela

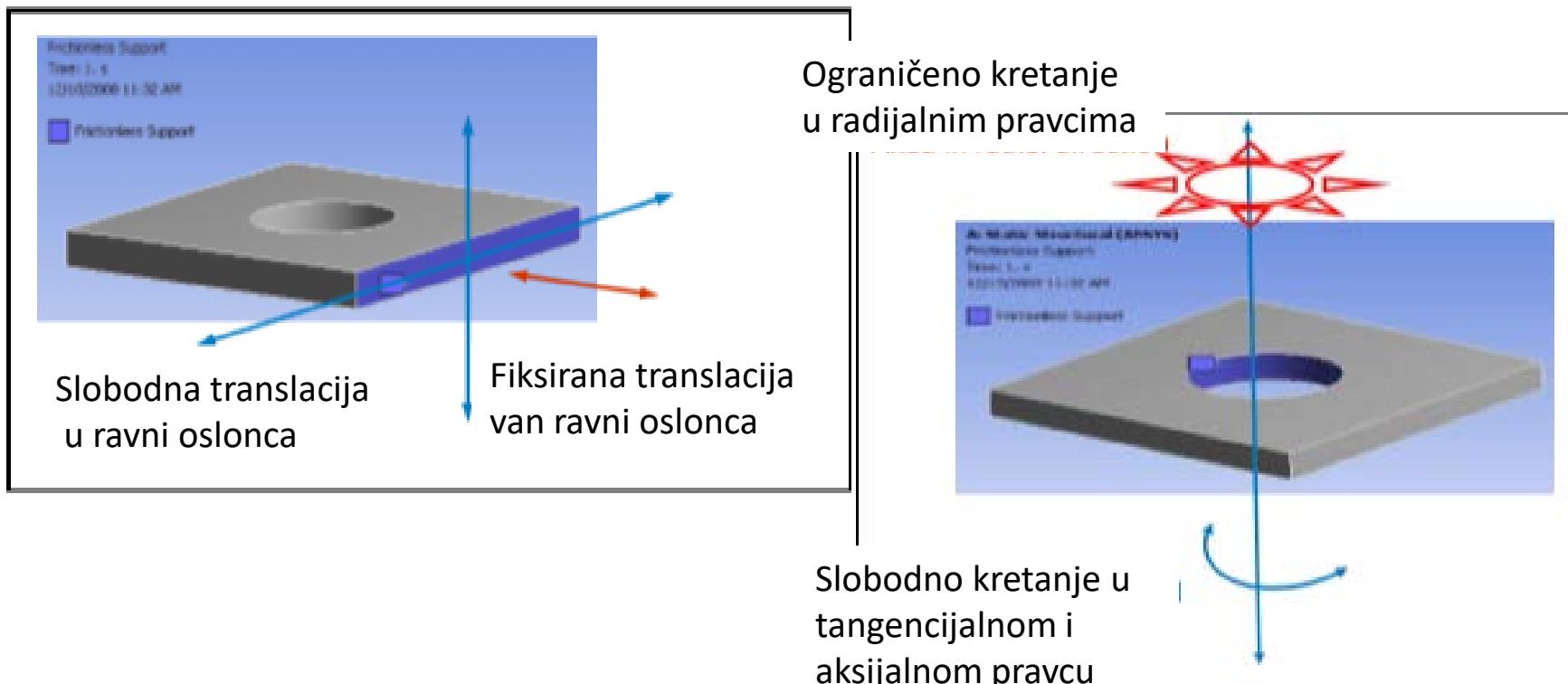




5. Opterećenja i ograničenja

Oslonac bez trenja (Frictionless Support)

- Primjenjuje se za fiksna ograničenja koja su u normalnom pravcu na površinu modela (Oduzima stepene slobode u normalnom pravcu na izabranu površinu).
- Ovo ograničenje se primjenjuje kako bi se sprečilo kretanje ili deformisanje površine u normalnom pravcu.

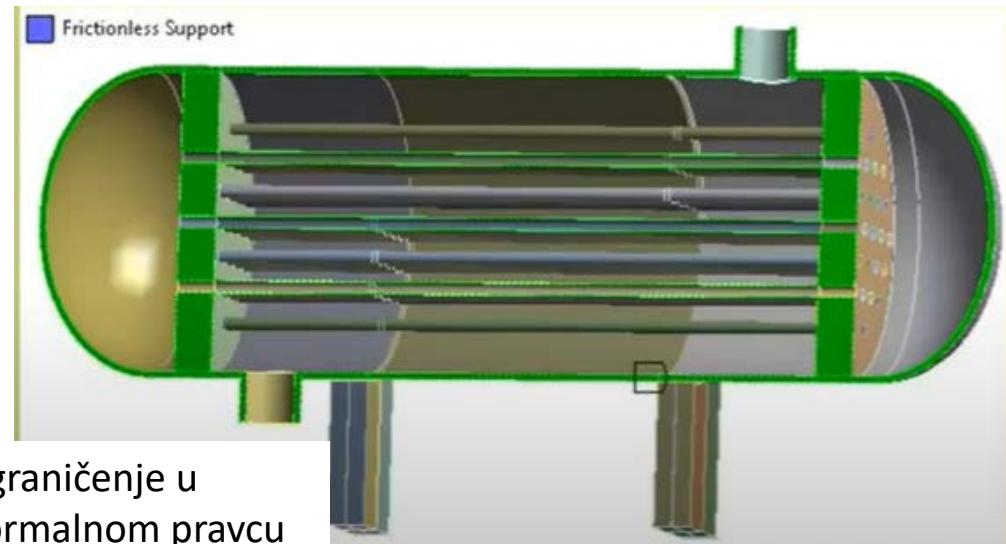
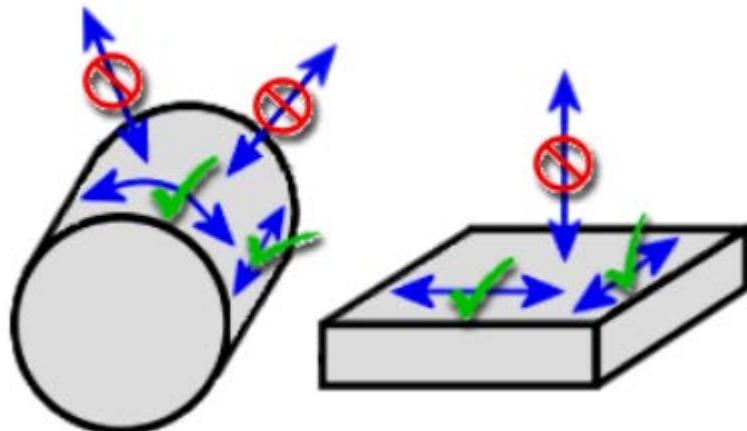




5. Opterećenja i ograničenja

Oslonac bez trenja (Frictionless Support)

- Može se koristiti za ravne i cilindrične površine.
- *Ukoliko se primjenjuje na ravne površine ovo ograničenje se ponaša kao simetrični granični uslovi, ali ne zahteva postavljanje lokalnog koordinatnog sistema za površine koje nisu usklađene sa opštim koordinatnim sistemom.*

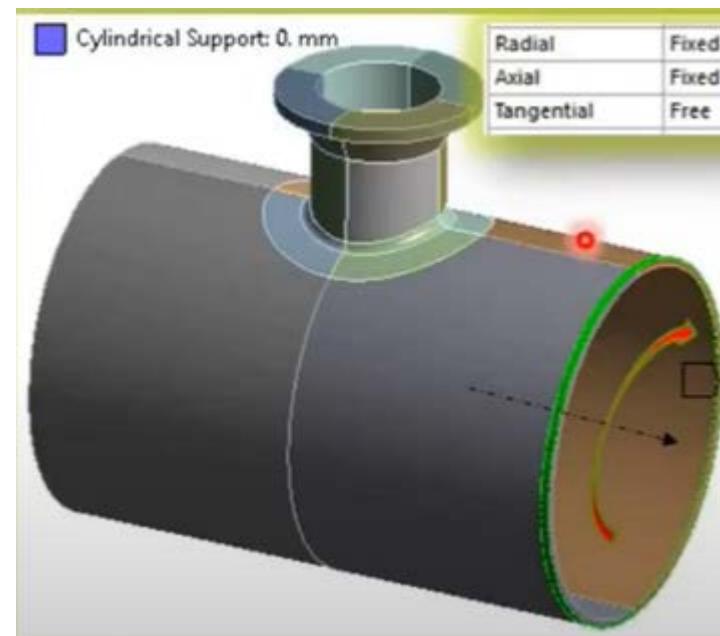
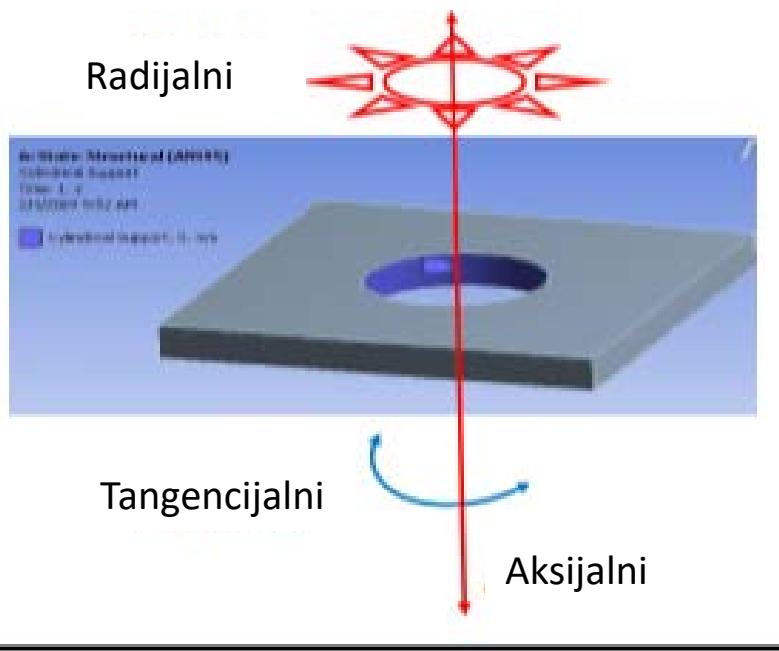




5. Opterećenja i ograničenja

Cilindrični oslonac (Cylindrical Support)

- Omogućava individualnu kontrolu (fiksirano/slobodno) za aksijalni, radijalni ili tangencijalni pravac .
- **Primjenjuje se samo za cilindrične površine**

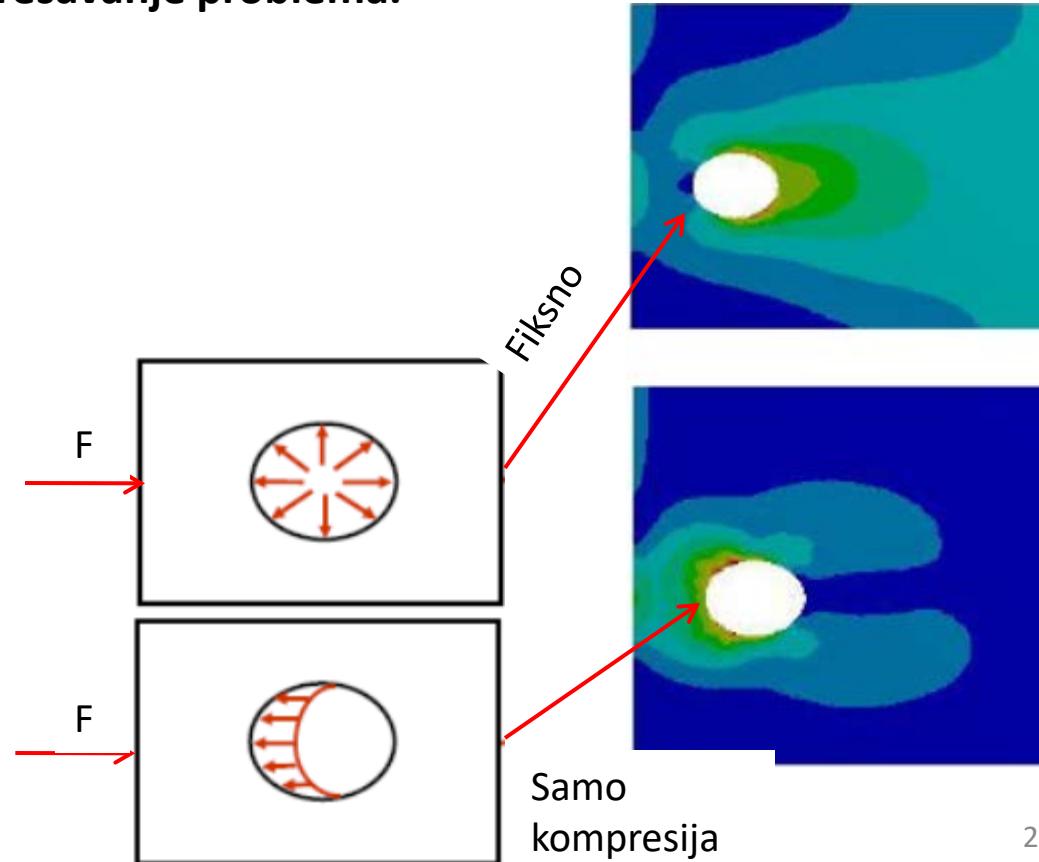
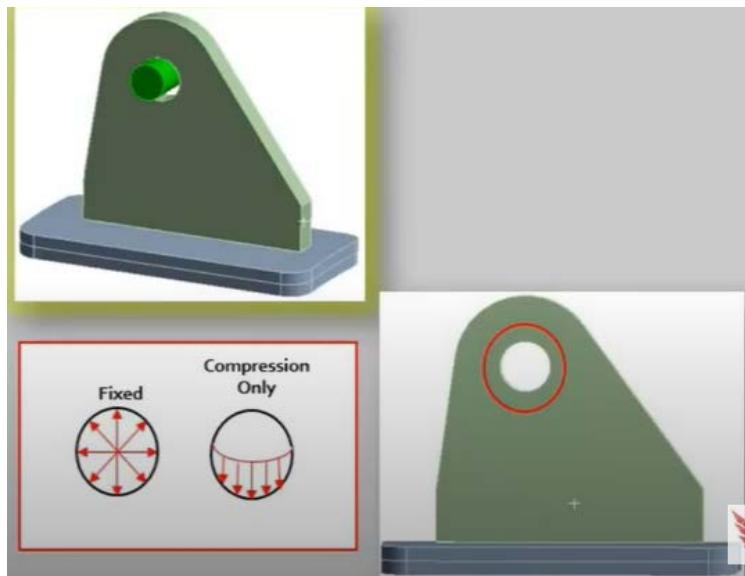




5. Opterećenja i ograničenja

Ograničenje kompresije (sabijanja) (Compression Only Support)

- Primjenjuje ograničenje sabijanja samo u normalnom pravcu.
- Primjenjuje se samo za cilindrične površine zakivki, čivija, navrtke, vijke.
- Zahteva iterativno nelinearno rešavanje problema.





5. Opterećenja i ograničenja

Jednostavni oslonac (Simply Support)

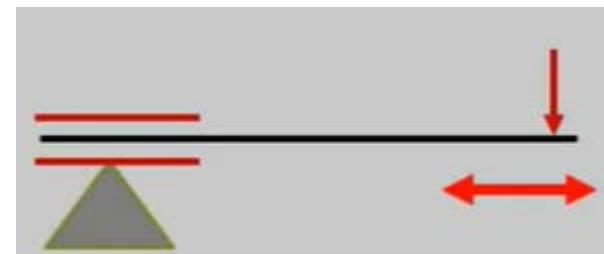
- Primjenjuje se na ivice ili temena površina ili linijskih tela
- Ograničava sve translacije ali su sve rotacije slobodne.

Fiksna rotacija (Fixed Rotation)

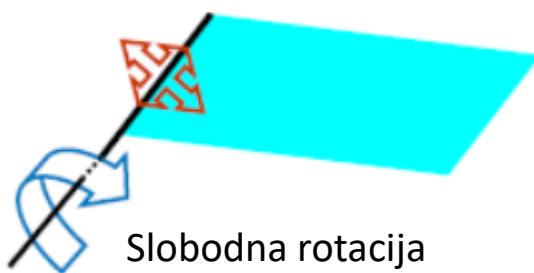
- Može se primeniti na površine, ivice, temena površina ili linijska tela.
- Ograničava rotacije ali su translacije slobodne



Fiksna translacija



Slobodna translacija



Slobodna rotacija



Fiksna rotacija



6. Procesiranje

- Procesor omogućava rešavanje postavljene relacije za odgovarajuće granične uslove definisane u preprocesoru.
- Današnji programski sistemi bazirani na metodi konačnih elemenata najčešće poseduju primarni (standardni) procesor (solver) koji koristi direktni postupak za rešavanje sistema linearnih jednačina.
- Dolaženje do tačnog rešenja, primenom konačnog broja operacija i uz zanemarivanje greške zaokruživanja, zasnovano je na Gausovom postupku rešavanja sistema linearnih jednačina.
- Pored toga, programski sistem poseduje i procesore (solvere) koji koriste iterativne postupke rešavanja postavljenog sistema linearnih jednačina, kao što su: JCG solver i PCG solver.
 - JCG solver (*Jacobi Conjugate Gradient*)-koji koristi Jakobijev postupak sa konjugovanim gradijentom.
 - PCG solver (*Preconditioned Conjugate Gradient*)-koji funkcioniše slično JCG solveru, s tim da je četri do deset puta brži kada su u pitanju zapreminske konačne elemente za statičku analizu, a oko deset puta je brži kod elemenata tipa ljske.



7. Postprocesiranje – Prikaz izlaznih informacija

- Postprocesiranje predstavlja proces vizuelizacije dobijenih rezultata.
- Pri postprocesiranju podaci se mogu prikazati u dva oblika: **numeričkom i grafičkom.**
- Struktura rezultata sadrži:**
 - Ukupna pomeranja i pomeranja u pravcima koordinatog sistema.
 - Komponenete napona, glavne napone i deformacije ili izvedena njihova rešenja.
 - Rešanja kontaktnih analiza
 - Sile reakcija, itd.
- Grafički prikaz rezultata je u vidu kontrunog ili vektorskog prikaza deformisane geometrije modela



7. Postprocesiranje – Prikaz izlaznih informacija

- Pomeranja na modelu mogu biti prikazana kao:

- Ukupna pomeranja u vidu skalarne veličine

$$U_{ukup.} = \sqrt{U_x^2 + U_y^2 + U_z^2}$$

- X, Y, i Z komponente pomeranja u opštem ili lokalnom koordinatnom sistemu.

- Naponi i deformacije:

- Naponi i (elastične) deformacije, komponenete mogu biti prikazani kao normalni (X, Y i Z), ekvivalentni ili smičući (XY, YZ i XY) .

- Glavni naponi su uvek raspoređeni tako da je $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$

- Intenzitet napona je definisan kao najveća absolutna vrednost :

$$|\sigma_1 - \sigma_2| \quad |\sigma_2 - \sigma_3| \quad |\sigma_3 - \sigma_1|$$



7. Postprocesiranje – Prikaz izlaznih informacija

- Određivanje stepena sigurnosti se zasniva na nekoliko teorija o otkazu materijala:
 - Teoriji plastičnosti
 - Maksimalni ekvivalentni napon
 - Maksimalni napon smicanja
 - Teoriji zamora materijala
 - Mohr – Coulomb-ov napon
 - Makimalno naprezanje



7. Postprocesiranje – Prikaz izlaznih informacija

- Nakon pregleda svih rešenja, veoma je važno izvršiti validaciju rezultata. Jedan od najčešćih prilaza je da se verifikuje statička jednačina ravnoteže:

$$F_{\text{primjeno}} = F_{\text{sila reakcije}}$$



TYPE	MASS
1	0.619953E-03
Details of "Acceleration"	
Scope	
Geometry	All Bodies
Definition	
Delete By	Components
Coordinate System	Global Coordinate System
X Component	0. mm/s ² (amped)
Y Component	9810. mm/s ² (amped)
Z Component	0. mm/s ² (amped)
Suppressed	No

$$F_y = m \cdot a = 0,62 \text{ g} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 6,082 \text{ N} = \text{Sili reakcije}$$

F_{reaction}:

Details of "Force Reaction"	
Type	Force Reaction
Location Method	Boundary Condition
Boundary Condition	Fixed Support
Orientation	Global Coordinate Sys
Suppressed	No
Results	
X Axis	2.9915e-014 N
Y Axis	6,082 N
Z Axis	1.1562e-013 N
Total	6,082 N