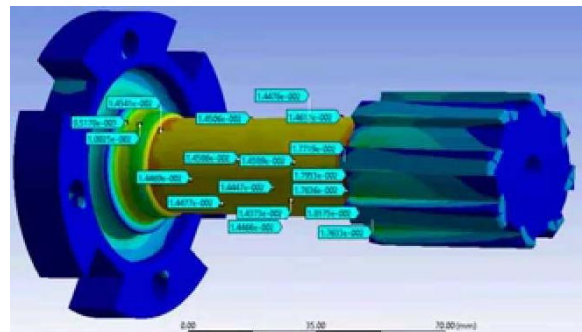
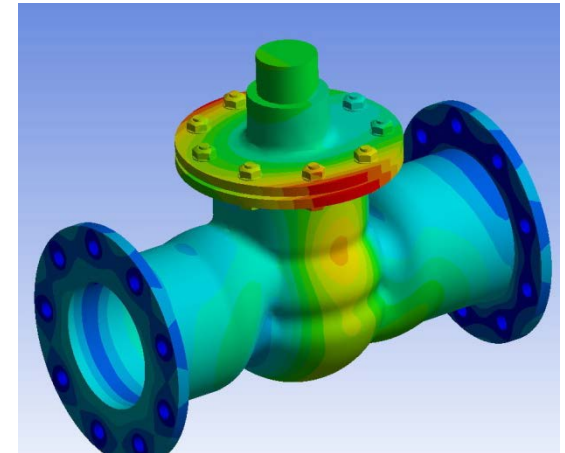
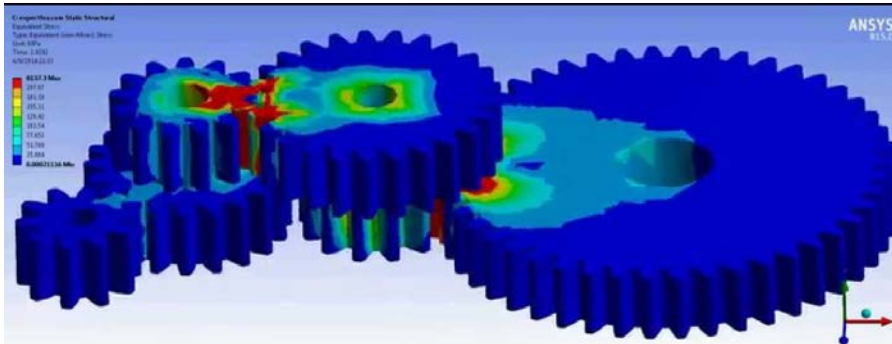


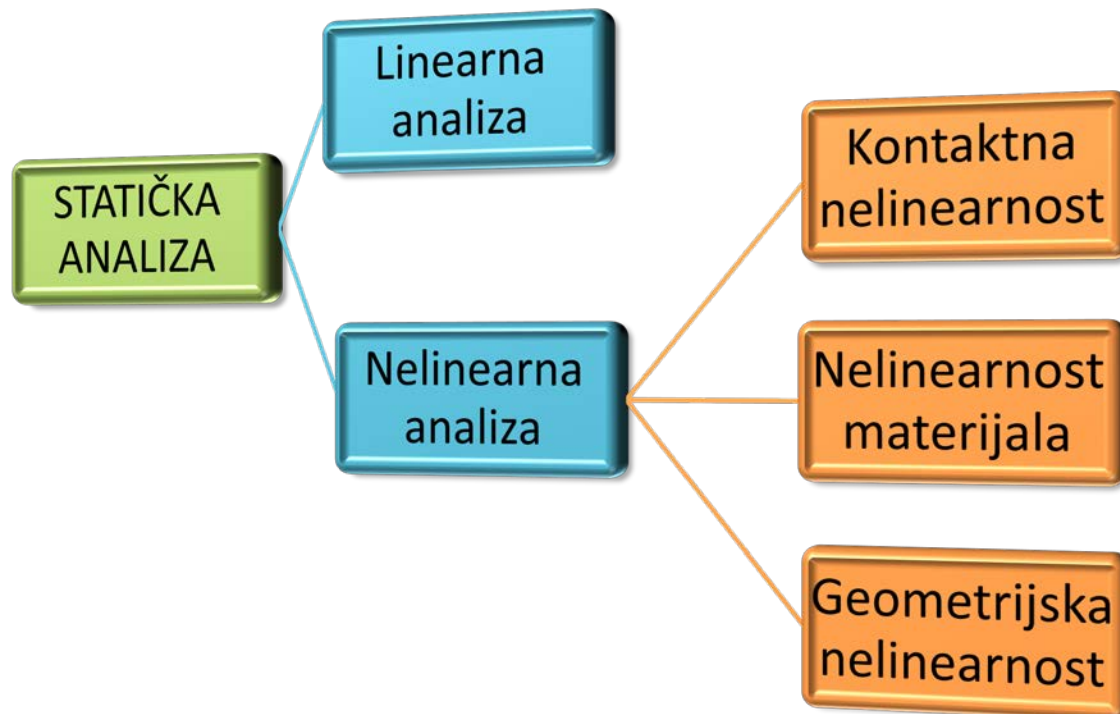


5. STATIČKA ANALIZA U MKE





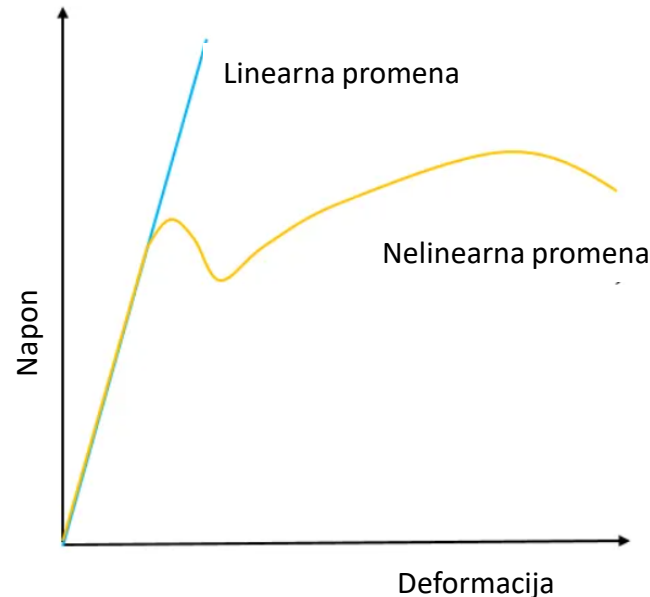
- ❑ Analiza statičkog ponašanja služi da se odrede pomeranja, naponi, deformacije i sile u skopovima ili komponentama usled opterećenja koje nije prouzorkovano inercijalnim silama i nema efekta prigušenja.
- ❑ Opterećenje koje deluje i odziv strukture se ne menja ili se veoma sporo menja sa vremenom.





1. Statička linearna analiza

- ❑ Prilično je jednostavna (ali najčešće korišćena) u poređenju sa drugim tipovima analize.
- ❑ **Linearna**, znači da solver koristi linearnu promenu između deformacija i napona, i
- ❑ **Statička**, znači da nema promene uslova (opterećenja) tokom vremena.



- ❑ Linearnom analizom se može identifikovati mesto i vrednost (intenzitet) velikih napona, a na osnovu toga konstatovati da će doći do plastičnih deformacija ili loma materijala.
- ❑ Na osnovu toga, se zaključuje da je do otkaza došlo prema kriterijumu granice tečenja ili maksimalnih napona za izabrani materijal (npr. vrednosti napona iz analize prelaze napon tečenja za posmatrani materijal – doći će do plastičnih deformacija).



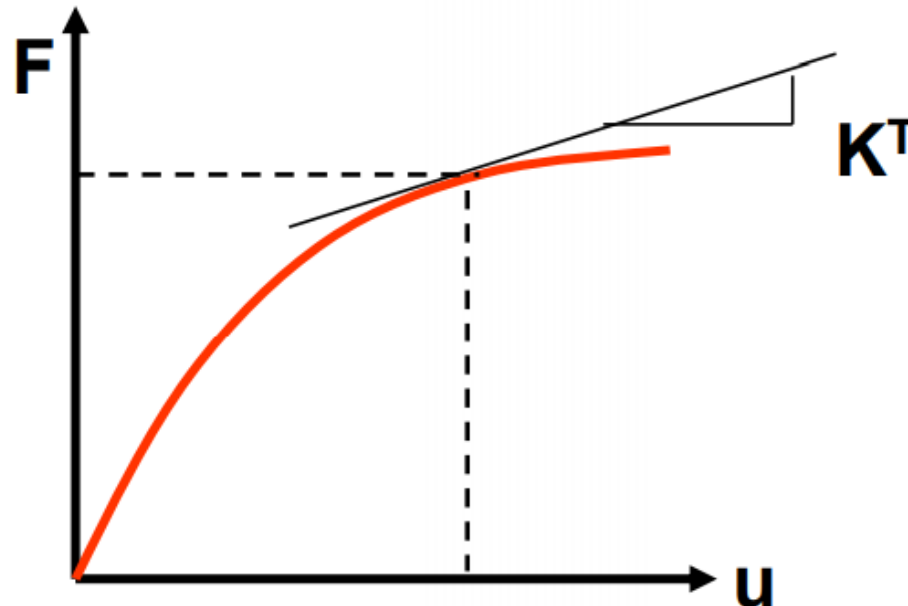
1. Statička linearna analiza

- ❑ Numerički metod se koristi za rešavanje vektora pomeranja, na osnovu matrice krutosti i vektora sila.
- ❑ Matrica krutosti je singularna, dok se ne primeni neki od graničnih uslova, kako bi se izbeglo kretanje krutog tela.
- ❑ Nepoznata pomeranja se rešavaju Gauss-Seidel-ovom metodom ili Gausovom metodom eliminacije korišćenjem direktnog solvera.
- ❑ Za određivanje napona se koristi Hukov zakon ($\sigma = \varepsilon * E$).
- ❑ Pretpostavlja se da su deformacije u opsegu elastičnosti materijala i da su naponi linearna funkcija deformacija (zbog nelinearnosti ne dolazi do velikih deformacija).
- ❑ Naponi se izračunavaju u čvorovima, a odgovarajuća interpolaciona funkcija se koristi za određivanje napona, deformacija na linijama, površinama ili zapreminama modela.
- ❑ Linearna statička analize se najčešće koristi zbog brzog odziva i nedostupnosti podataka vezanih za nelinearnost materijala.
- ❑ Koristi se u mnogim industrijama kao što su: automobilska, avio, industrija nafte i gasa, građevinarstvu, itd.



2. Statička nelinearna analiza

- ❑ Nelinearnost je veoma važan pojam u metodi konačnih elemenata.
- ❑ Samo promena linearne u nelinearnu zonu nije dovoljna.
- ❑ Nelinearno, znači da sila nasuprot pomeranju nije prava linija, sila se menja tokom vremena.
- ❑ Krutost konstrukcije više nije konstantna, već varira s obzirom na opterećenje i predstavlja tangentu na krivu sila – pomeranje u određenoj tački.





2. Statička nelinearna analiza

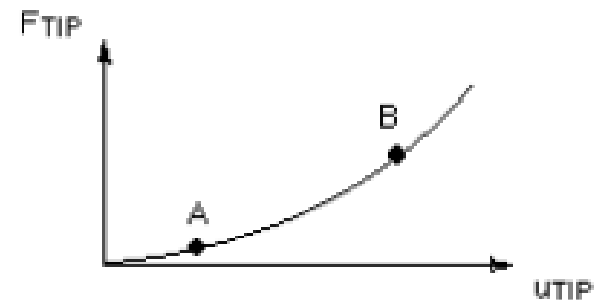
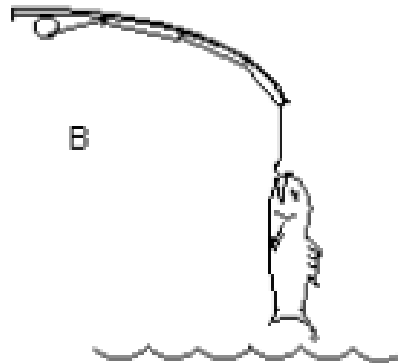
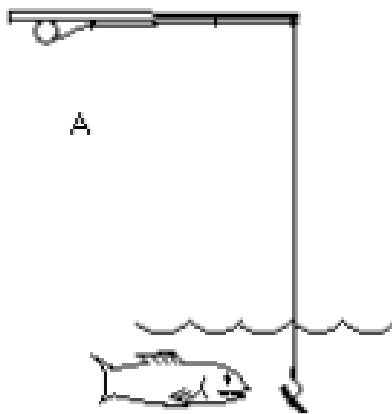
- ❑ Za strukturu se kaže da je nelinearna, ako opterećenje uzrokuje značajne promene krutosti.
- ❑ Tipični razlozi za promene krutosti su:
 - Materijal se ne ponaša u skladu sa Hukovim zakonom, i plastično se deformiše nakon granice elastičnosti.
 - Velike deformacije usled malih ili velikih opterećenja.
 - Nagla promena u kontaktima između analiziranih komponenti.





2. Statička nelinearna analiza – Geometrijska nelinearnost

- ❑ Geometrijske nelinearnosti se odnose na geometrijske promene i odstupanja geometrije.
- ❑ Promenljiva geometrijska konfiguracija usled velikih deformacija (Large strain) konstrukcije uzrokuje nelinearno ponašanje.
- ❑ Geometrijska nelinearnost nastaje i usled velikih napona (Naponskih kretanja-Stress stiffening) i rotacija (Large rotation).





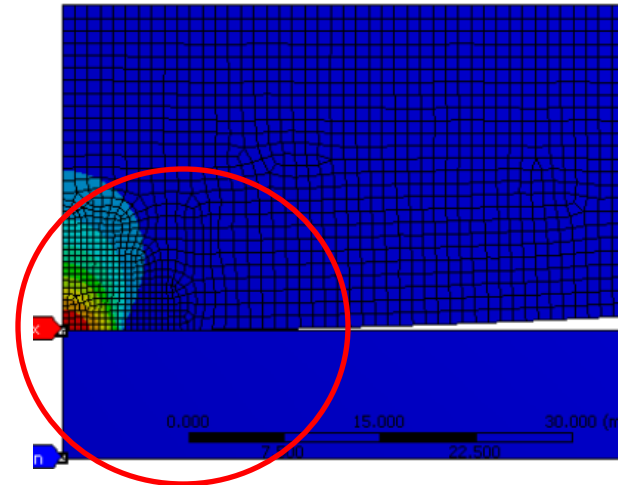
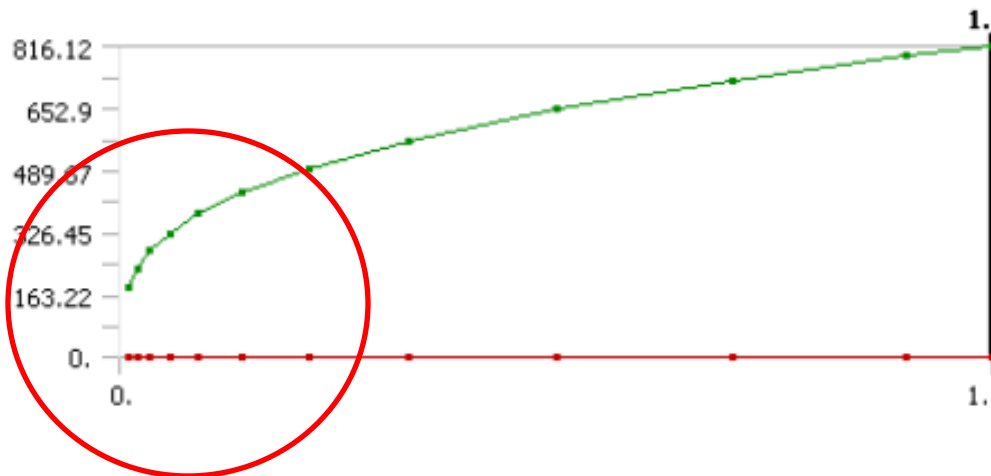
2. Statička nelinearna analiza – Nelinearnost u materijalu

- ❑ Nelinearnosti u materijalu ispoljavaju nelinearne relacije između napona i deformacija, tako da je napon nelinearna funkcija deformacije.
- ❑ Nelinearna kriva pomaže u određivanju tačnog napona u odnosu na deformaciju nakon granice tečenja.
- ❑ Programski sistemi obuhvataju sledeće nelinearnosti u materijalu:
 - Nelinearna elastičnost (Nonlinear elastic)
 - Hiper-elastičnost (Hyperplastic)
 - Linearno elastično –idealno plastično (Linear elastic perfectly plastic)
 - Elastično – idealno plastično (Elastic perfectly plastic)
 - Puzanje (Elastic time dependent plastic (creep))



2. Statička nelinearna analiza – Nelinearnost u kontaktu

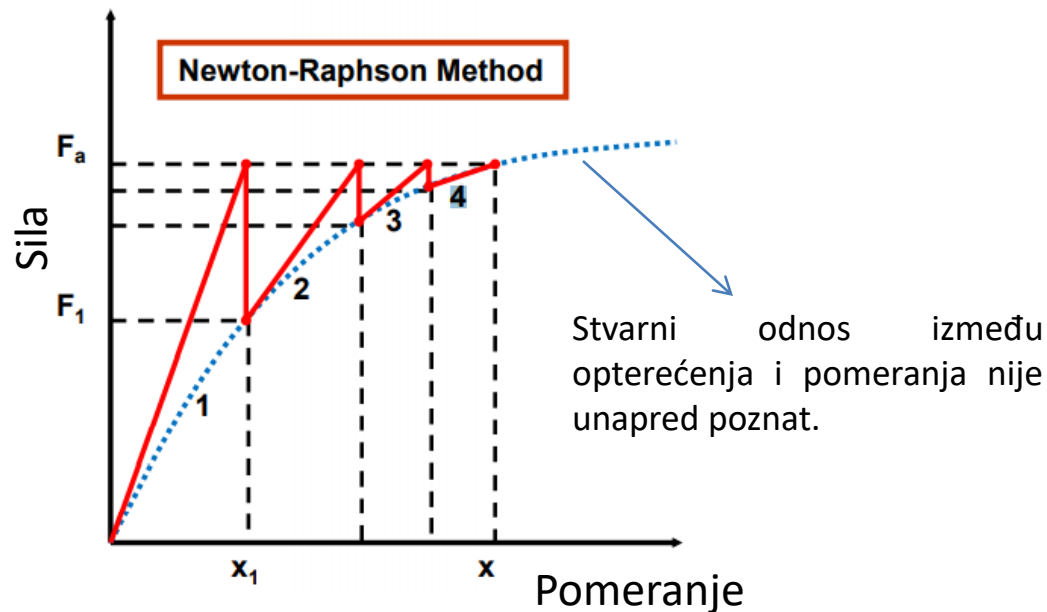
- Nelinearnost u kontaktu se ogleda u nagloj promene krutosti kada tela ulaze ili izlaze iz zone kontakta.
- Ovaj tip nelinearnosti koristi se za simulaciju zazora između dva dela.





3. Nelinearno rešavanje korišćenjem linearnog solvera

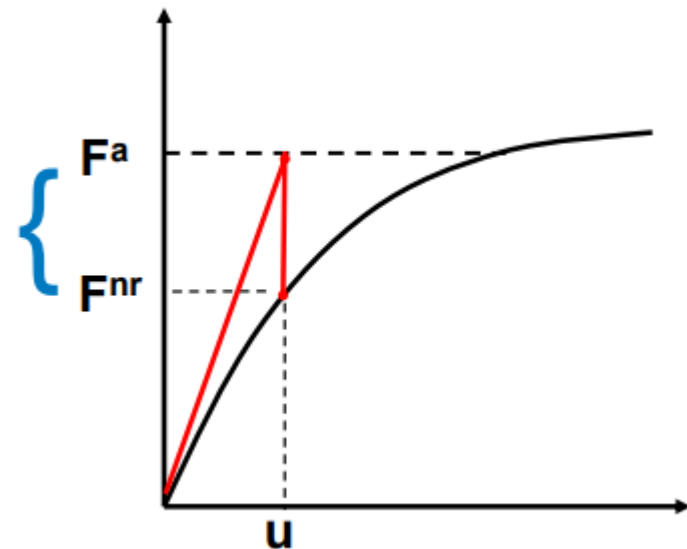
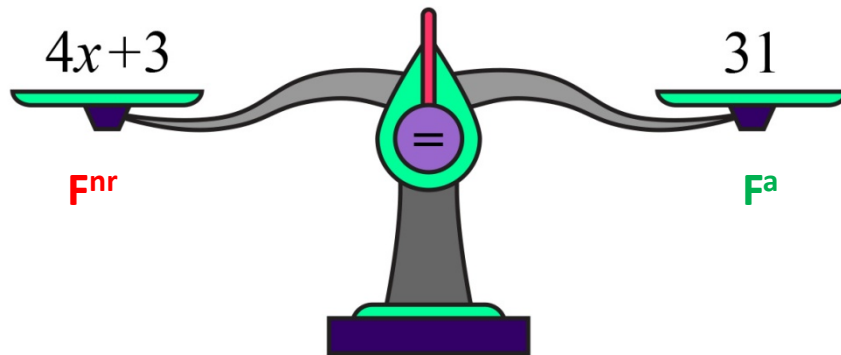
- ❑ U nelinearnoj analizi, odgovor se ne može predvideti direktno pomoću skupa linearnih jednačine.
- ❑ Nelinearna struktura se može analizirati pomoću iterativnog niza linearnih aproksimacija, sa korekcijama.
- ❑ Programski sistemi koristi iterativni postupak tzv. Newton-Raphson-ovu metodu. Svaka iteracija je poznata kao iteracija ravnoteže.





3. Nelinearno rešavanje korišćenjem linearnog solvera

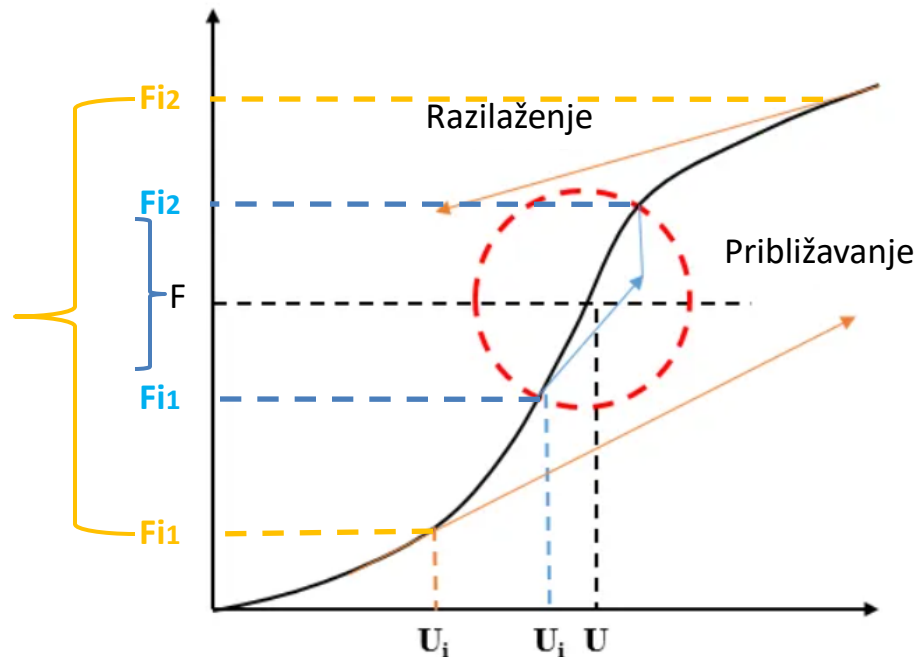
- ❑ Pri ovoj metodi rešavanja pojaviće se razlika unutrašnjih opterećenja ($F^a - F^{nr}$) koja se naziva ostatak.
- ❑ Ostatak je mera neravnoteže sila u strukturi.
- ❑ Cilj je ponavljanje (iteracije) rešavanja dok ostatak ne postane prihvatljivo mali, odnosno dok rešenje ne konvergira ka 0.
- ❑ Kada se postigne konvergencije, rešenje je u ravnoteži – unutar prihvatljivih granica.





3. Nelinearno rešavanje korišćenjem linearnog solvera

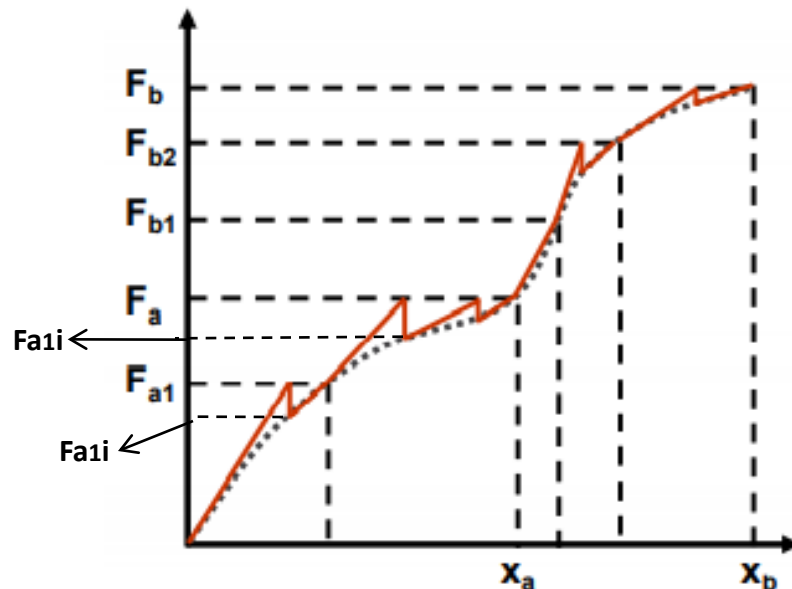
- ❑ Pri rešavanju Newton-Raphson-ovu metodom se ne garantuje da će rešenje konvergirati u svim slučajevima.
- ❑ Rešenje će konvergirati ka nuli samo ako je početno podešavanje unutra radijusa konvergencije.
- ❑ Kada se pomeranje (U_i) nalazi unutra radijusa konvergencije, rešenje sistema će konvergirati (približavati se nuli), ali kako se pomeranje U_i udaljava od radijusa konvergencije, onda rešenja ne konvergiraju, već počinju da se razliaze.





3. Nelinearno rešavanje korišćenjem linearnog solvera

- ❑ Da bi se dobilo da rešenje kovergira ka nuli postoje dve metode:
- ❑ Postepeno primenjivati opterećenje pomerajući cilj bliže početku;
 - Zadavati opterećenje u koracima – različita promena u opštem opterećenju.
 - Zadavati opterećenja u podkoracima – opterećenje se primenjuje postepeno
- ❑ Koristiti odgovarajuće alate u programskim sistemima kako bi se povećao radijus konvergencije



Fa – podeljena u dva podkoraka
 Fb – podeljena u tri podkoraka




3. Nelinearna analiza – Problemi za rešavanje

- Pri nelinearnoj analizi postoje tri glavna pitanja koja treba rešiti:
- Dobijanje konvergencije
- Balansiranje između cene i tačnosti
- Verifikacija rešenja





3. Nelinearna analiza – Dobijanje konvergencije

- ❑ Pri nelinearanoj analizi rešenje mora početi unutar radijusa konvergencije!!!!!!
- ❑ Radijus konvergencije je nepoznat????
 - ako rešenje konvergira, početak je unutar radijusa
 - ako rešenje ne konvergira rešenje je van radijusa
- ❑ Ponekad su potrebne (zahtevaju) metode “pokušaj – greška”  **ISKUSTVO I
TRENING**
- ❑ Složeni problemi mogu zahtevati veliki broj koraka povećanja opterećenja, i mnoo iteracija za svaki korak povećanja da bi se postigla konvergencija.
- ❑ U slučaju većeg broja iteracija, povećava se opšte vreme potrebno za rešavanje problema



3. Nelinearna analiza – Cena, vreme, tačnost

- ❑ Svi programski sistemi za MKE analizu uključuju kompromis između troškova (potrebnog vremena za analizu, kapaciteta diska i zahteva za memorijom) i tačnosti.
- ❑ Više detalja na modelu i gušća mreža elemenata uglavnom dovode do tačnijeg rešenja ali zahtevaju više vremena i hardverskih resursa.
- ❑ Nelinearne analize dodaju dodatni faktor u vidu broja inkrementa (koraka) opterećenja koji utiče na tačnost i cenu (u smislu vremena i potrebnih hardverskih resursa).
- ❑ Drugi nelinearni parametri kao što je kontakt dva tela, takođe utiču na tačnost i cenu.



3. Nelinearna analiza – Verifikacija

U nelinearnoj analizi, kao i u bilo kojoj analizi konačnih elemenata, moraju se verifikovati rezultati.

- ❑ Zbog povećane složenosti nelinearnog ponašanja, nelinearni rezultati su generalno teže proverljivi.
- ❑ Studije osetljivosti (povećanje gustine mreže, smanjenje broja koraka povećanja opterećenja, promenljivost ostali parametri modela) postaju skuplji (vreme, povećanje hardverskih resursa itd.).

