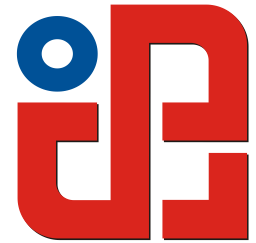




FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA
DEPARTMAN ZA PROIZVODNO MAŠINSTVO



PROJEKTOVANJE I OPTIMIZACIJA TEHNOLOŠKIH PROCESA PROIZVODNJE

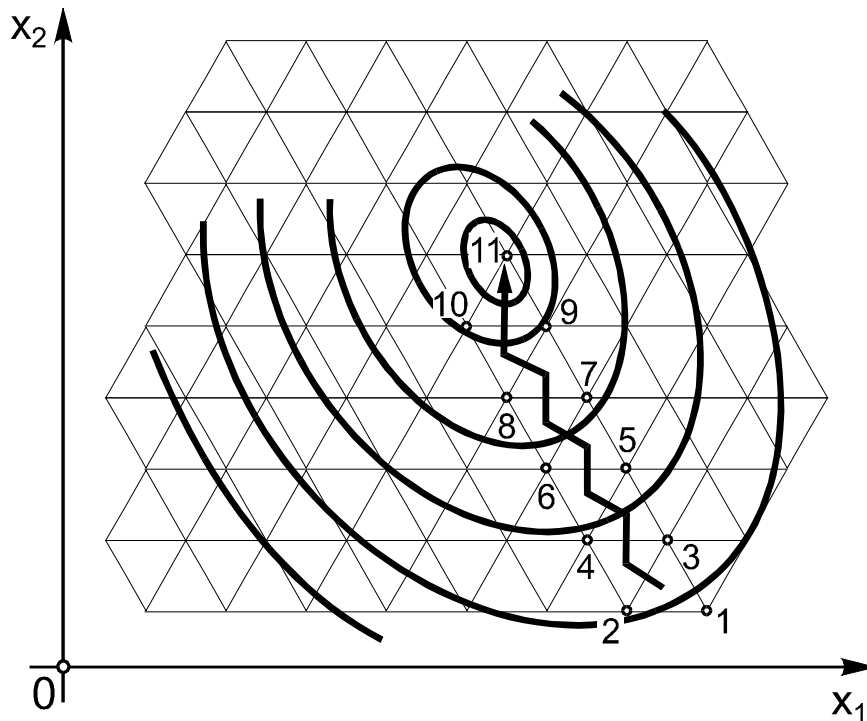
**Vezba 10: Simpleksni metod-eksperimentalni
zadatak**

Prof. dr Dejan Lukić

Osnove simpleksnog metoda

Simpleksni metod je koncipiran na povratnoj sprezi i na matematički strogo formalizovanim pravilima i algoritmu trajektorije po kojoj se sukcesivno pomeraju simpleks planovi ka optimalnoj oblasti objekta optimizacije.

Algoritam ovog metoda sadrži precizne instrukcije: kada, kuda, i kako usmeravati kretanje simpleks planova.

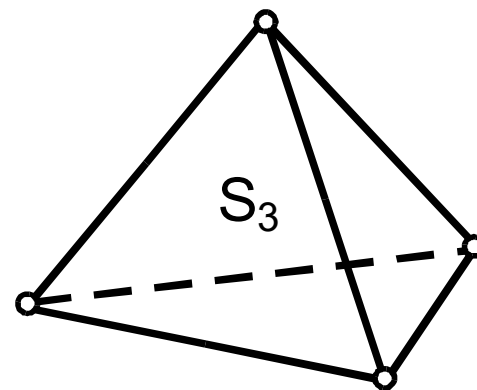
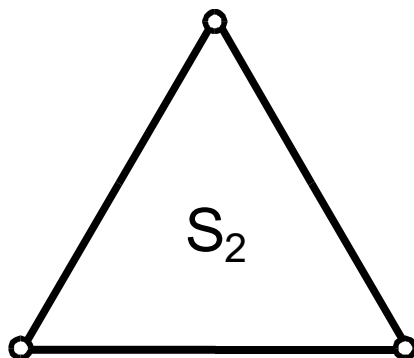
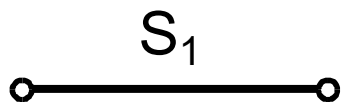


Oblik pravilnog simpleksa zavisi od broja promenljivih, odnosno broj temena simpleksa je $k+1$, gde je k -broj promenljivih.

$k=1$ – simpleks (S_1) u obliku duži

$k=2$ – simpleks (S_2) u obliku jednakostraničnog trougla

$k=3$ – simpleks (S_3) u obliku tetraedra-pravilne piramide



Pomeranje simpleks planova (eksperimentalni simpleks metod)

Pravci sukcesivnog pomeranja simpleks-planova po simpleksnoj trajektoriji ka optimumu procesa određuje se na ovaj način:

Izvodi se $k+1$ eksperimenata u prvoj seriji i identifikuje se tačka sa najnepovoljnijim rezultatom. Ova se tačka isključuje i formira novi iz prethodnog simpleksa tako što mu se, mesto isključene, dodaje nova, njoj simetrična tačka u odnosu na suprotnu granu simpleksa. Centar novog pravilnog simpleksa nalazi se na pravcu koji povezuje isključenu tačku i centar njene grane prethodnog simpleksa. To je istovremeno i pravac pomeranja simpleks-plana, koji se, u opštem slučaju, ne poklapa sa pravcem gradijenta, ali je upravljen ka višim nivoima efekata i kvaliteta datog procesa. Eksperimenti se sukcesivno nastavljaju prema novom i sledećim simpleks-planovima po simpleksnoj trajektoriji sve do ulaska trajektorije u optimalnu oblast procesa

Zadatak: Izvršiti optimizaciju elemenata režima obrade otvora bušenjem, sa stanovišta kriterijuma postojanosti alata kao funkcije cilja , primenom simpleks metoda.

Pri čemu su uslovi obradnog procesa :

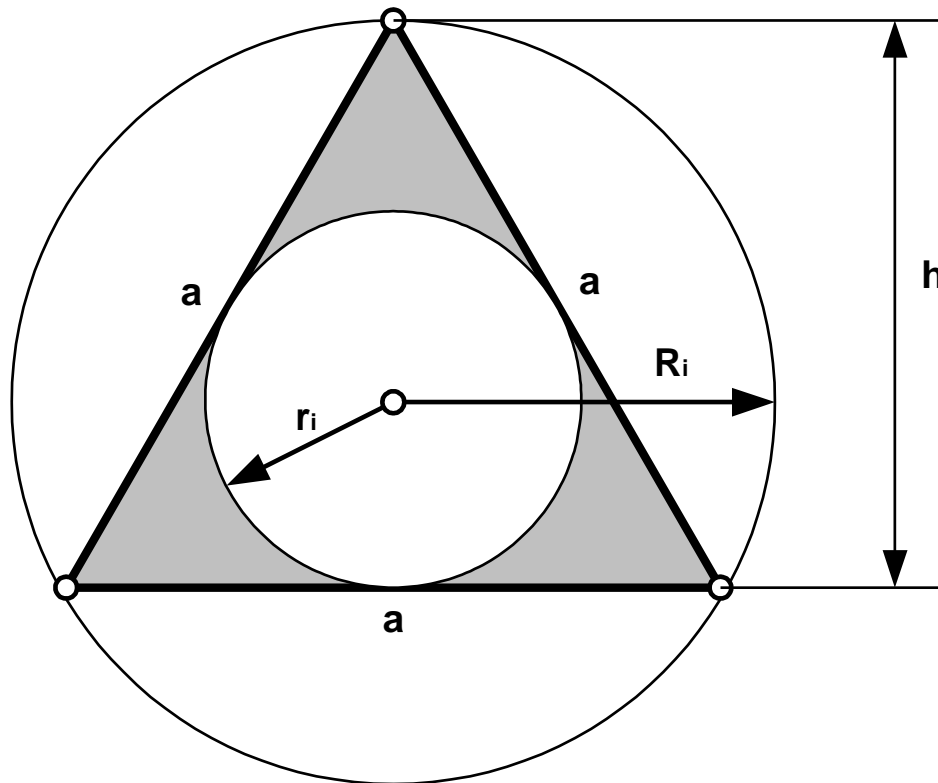
- mašina: stubna bušilica**
- prečnik alata $D=0,7$ [mm]**
- tvrdoća čelika 250 [kN/cm²]**
- dubina bušenja $L=4D=2,8$ [mm]**
- hlađenje standardnom emulzijom**

FAKTOR	OZNAKA	OSNOVNI NIVO X_{oi}	INTERVAL VARIJACIJE W_i
n [o/min]	X_1	2050	2000
s [mm/o]	X_2	0,003	0,0012

Tabela 1. Osnovni nivoi i intervale varijacija elemenata režima obrade

Formiranje simpleksa

Pošto u ovom primeru imamo dve promenjive (n i s), to će simpleksni poligon biti jednakostranični trougao sa sledećim parametrima (slika 1).



Slika 1. Simpleksni poligon

Prečnik opisanog kruga

$$R_i = \frac{2}{3}h = \sqrt{\frac{i}{2(i+1)}}$$

Prečnik upisanog kruga

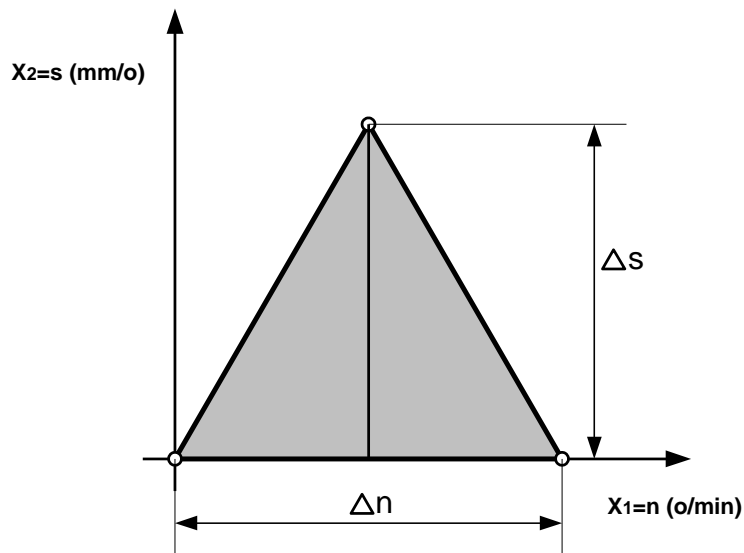
$$r_i = \frac{1}{3}h = \sqrt{\frac{1}{2i(i+1)}}$$

gde je visina h

$$h = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2}$$

Za naš slučaj $i=2$ (broj promenljivih), pa je:

$$Ri = \sqrt{\frac{2}{2(2+1)}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{3}h \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad r_i = \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{3}h \quad a = \frac{h}{\cos 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 1$$



Slika 2. Prikaz simpleksa za naš primer

Na crtežu usvajamo razmeru

$$u_s = \frac{0,0012 \text{ mm/o}}{30 \text{ mm}} = \frac{0,00004 \text{ mm/o}}{1 \text{ mm}}$$

$$u_n = \frac{2000 \text{ o/min}}{30 \text{ mm}} = \frac{66,67 \text{ o/min}}{1 \text{ mm}}$$

usvaja se vrednost koraka Δn

$$\Delta n = 2000 \text{ o/min}$$

$$a_n = \frac{\Delta n}{u_n} = \frac{2000}{\frac{66,67}{30}} = 30 \text{ mmHar.}$$

$$h_s = \frac{a_n \sqrt{3}}{2} = \frac{30 \cdot \sqrt{3}}{2} = 25,95 \text{ mmHar.} \quad \Delta h_s = \Delta s = h_s \cdot u_s = \frac{25,95 \cdot 0,00004}{1} = 0,001 \text{ mm/o}$$

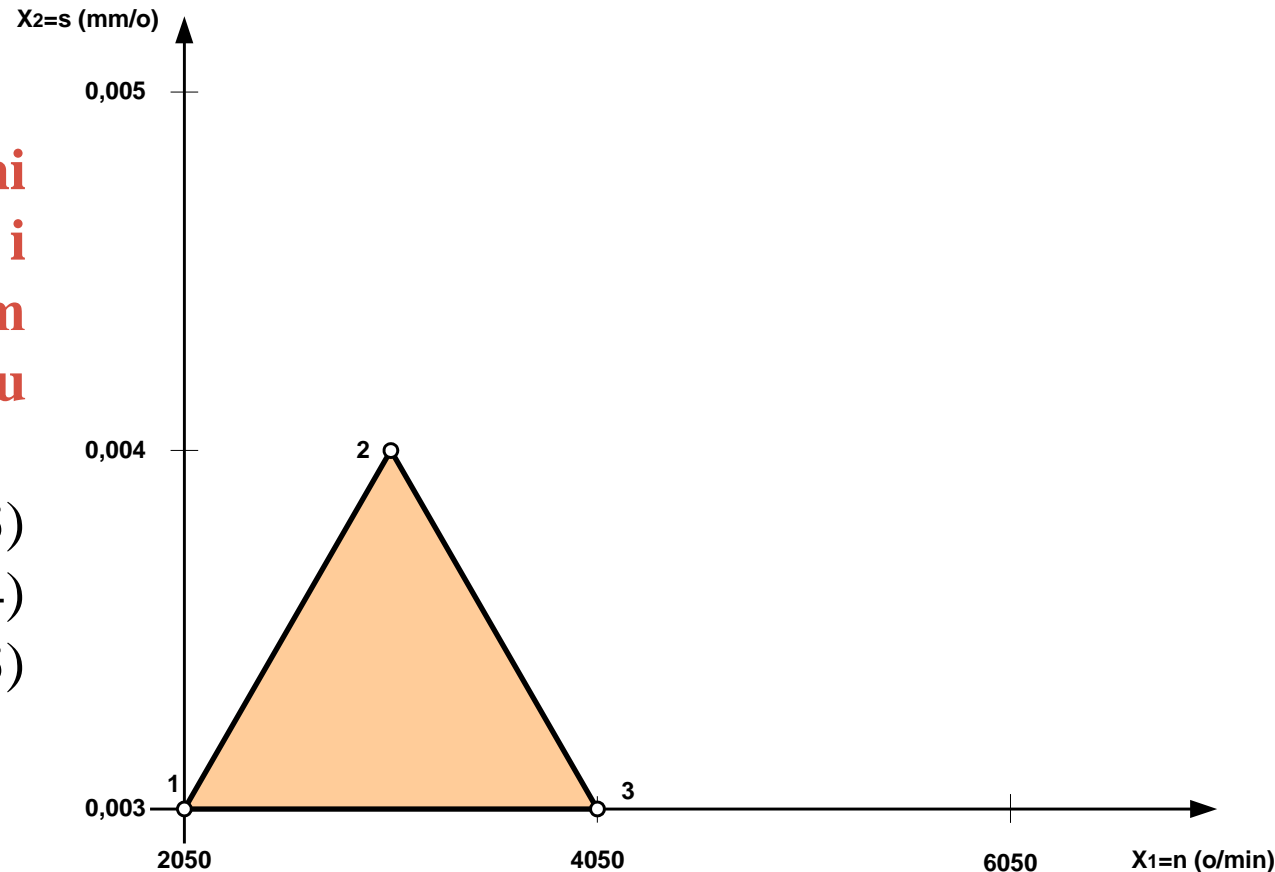
Dvodimenzionalni početni simpleks postavljen je tako da mu je jedan čvor u koordinatnom početku. Za stranicu simpleksa koja je usvojena $\Delta n=2000$ o/min, sledi da je visina simpleksa $\Delta h_s = \Delta s = 0,001$ mm/o.

Nacrtaćemo koordinatni sistem sa osama $n(x_1)$ i $s(x_2)$ sa početnim simpleksom čije su tačke [1]-[2]-[3].

[1] $(n_1, s_1) = (2050; 0,003)$

[2] $(n_2, s_2) = (3050; 0,004)$

[3] $(n_3, s_3) = (4050; 0,003)$



Slika 3. Koordinatni sistem i početni simpleks

Kodirane kordinate po tačkama se dobijaju iz relacije

$$x_i = \frac{X_i - x_{0i}}{W_i} \quad i = 1, 2, \dots \quad (1)$$

gde su:

x_i – kodirane koordinate

x_{0i} – osnovne vrednosti koordinata

W_i – interval oscilacije

X_i – prirodne vrednosti koordinata

1° Početne vrednosti tačkaka simpleksa sa izmerenim vrednostima T (postojanosti):

[1] (n1, s1)=(2050; 0,003), izmerena vrednost postojanosti T1=9,0 min.

[2] (n2, s2)=(3050; 0,004), izmerena vrednost postojanosti T2=13,0 min.

[3] (n3, s3)=(4050; 0,003), izmerena vrednost postojanosti T1=11,6 min.

Čije su vrednosti kodiranih koordinata:

• za tačku 1.

$$x_{11} = \frac{X_{11} - x_{01}}{W_1} = \frac{2050 - 2050}{2000} = 0$$

$$x_{21} = \frac{X_{21} - x_{02}}{W_2} = \frac{0,003 - 0,003}{0,0012} = 0$$

• za tačku 2.

$$x_{12} = \frac{X_{12} - x_{01}}{W_1} = \frac{3050 - 2050}{2050} = 0,5$$

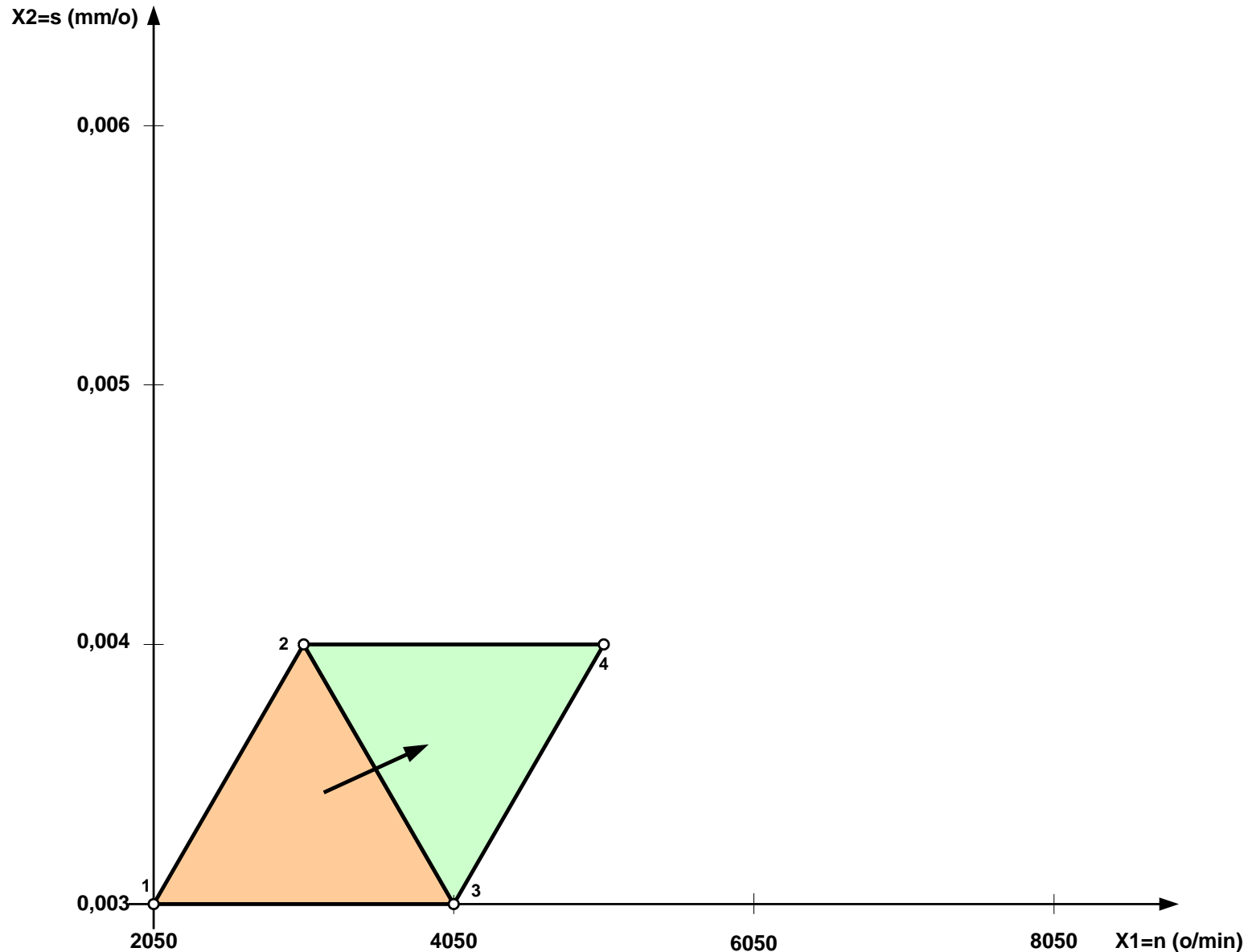
$$x_{22} = \frac{X_{22} - x_{02}}{W_2} = \frac{0,004 - 0,003}{0,0012} = 0,86$$

• za tačku 3.

$$x_{13} = \frac{X_{13} - x_{01}}{W_1} = \frac{4050 - 2050}{2000} = 1$$

$$x_{23} = \frac{X_{23} - x_{02}}{W_2} = \frac{0,003 - 0,003}{0,0012} = 0$$

2° U simpleksu 1-2-3 najnepovoljniju (najmanju) vrednost postojanosti ima tačka 1 pa se ona isključuje iz simpleksa i stvara se novi simpleks 2-3-4.



Koordinate nove tačke se računaju iz kodirane jednačine

$$x_{i(k+2)} = \left(\frac{2}{k} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{k+1} x_{ij} \right) - x_{it} \quad (2)$$

x_{it} – koordinate isključene tačke predhodnog simpleksa
 $x_{i(k+2)}$ – kodirane vrednosti koordinate nove tačke
 Σx_{ij} – zbir koordinata zajedničke grane za oba simpleksa

Dok se prirodne vrednosti koordinate izračunavaju prema

$$X_i = x_i \cdot W_1 + x_{0i} \quad (3)$$

• kodirane koordinate nove tačke 4 su

$$x_{14} = \frac{2}{2} \cdot (x_{12} + x_{13}) - x_{11} = \frac{2}{2} \cdot (0.5 + 1) - 0 = 1.5$$

$$x_{24} = \frac{2}{2} \cdot (x_{22} + x_{23}) - x_{21} = \frac{2}{2} \cdot (0.86 + 0) - 0 = 0.86$$

• prirodne koordinate nove tačke 4 su

$$X_{14} = n_4 = x_{14} \cdot W_1 + x_{01} = 1.5 \cdot 2000 + 2050 = 5050 [o / \text{min}]$$

$$X_{24} = s_4 = x_{24} \cdot W_2 + x_{02} = 0.86 \cdot 0.0012 + 0.003 = 0.004 [mm / o]$$

Za režimsku tačku [4] (5000; 0,004) eksperimentalno je određena postojanost $T_4=17$ min.

3° Iz simpleksa 2-3-4 isključuje se tačka 3 kao najnepovoljnija, pa je novi simpleks 2-4-5.

• kodirane koordinate nove tačke 5 su

• prirodne koordinate nove tačke 5 su

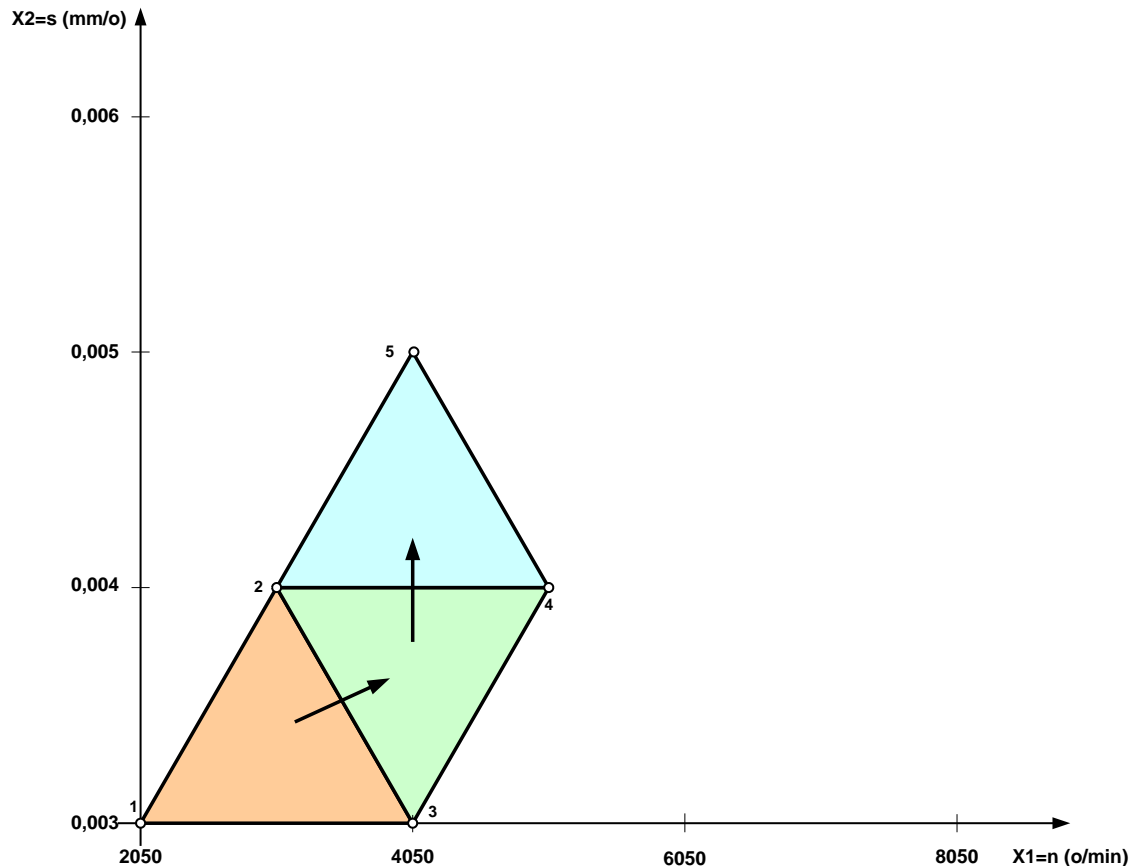
$$x_{15} = \frac{2}{2} \cdot (x_{12} + x_{14}) - x_{13} = \frac{2}{2} \cdot (0.5 + 1.5) - 1 = 1$$

$$X_{15} = n_5 = x_{15} \cdot W_1 + x_{01} = 1 \cdot 2000 + 2050 = 4050 [o / \text{min}]$$

$$x_{25} = \frac{2}{2} \cdot (x_{22} + x_{24}) - x_{23} = \frac{2}{2} \cdot (0.86 + 0.86) - 0 = 1.72$$

$$X_{25} = s_5 = x_{25} \cdot W_2 + x_{02} = 1.72 \cdot 0.0012 + 0.003 = 0.005 [mm / o]$$

**Za režimsku tačku [5]
(4100; 0,005)
eksperimentalno je
određena postojanost
 $T_5=19$ min.**



4° Iz simpleksa 2-4-5 isključuje se tačka 2 kao najnepovoljnija, pa je novi simpleks 4-5-6.

• kodirane koordinate nove tačke 6 su

$$x_{16} = \frac{2}{2} \cdot (x_{14} + x_{15}) - x_{12} = \frac{2}{2} \cdot (1.5 + 1) - 0.5 = 2$$

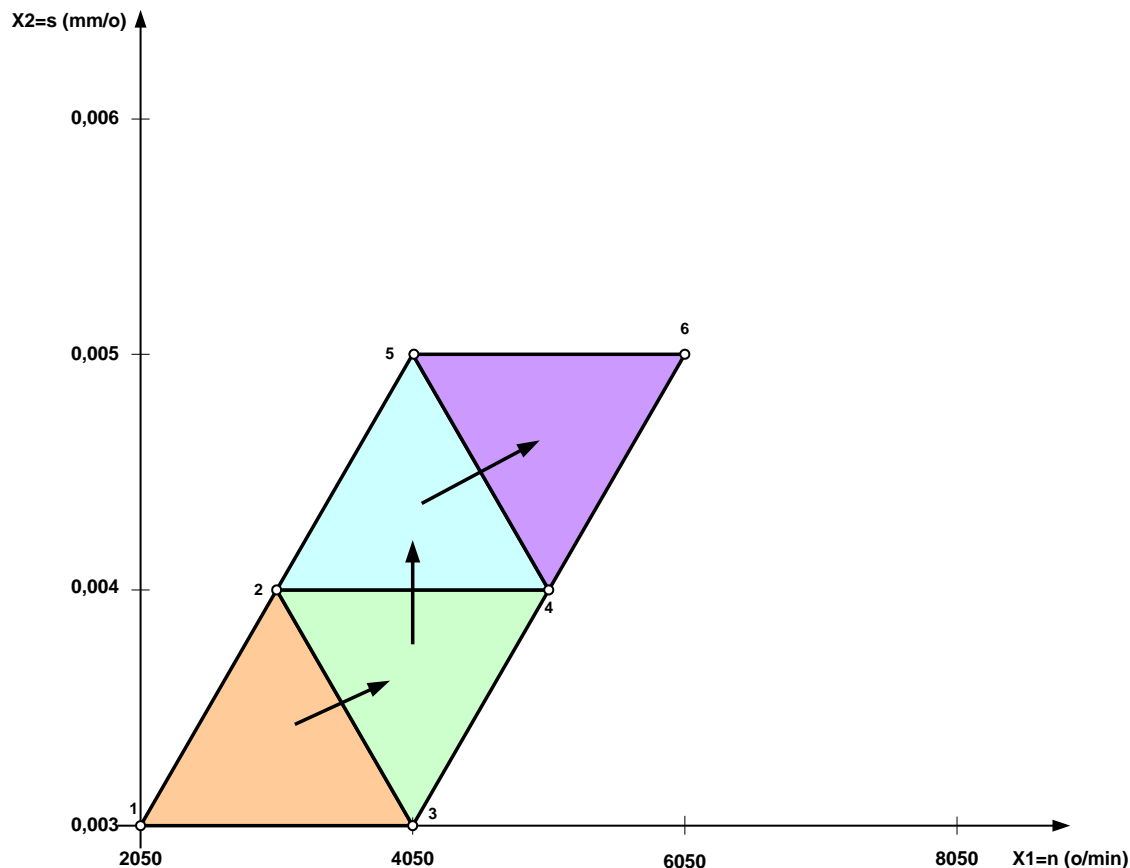
• prirodne koordinate nove tačke 6 su

$$X_{16} = n_6 = x_{16} \cdot W_1 + x_{01} = 2 \cdot 2000 + 2050 = 6050 [o/min]$$

$$x_{26} = \frac{2}{2} \cdot (x_{24} + x_{25}) - x_{22} = \frac{2}{2} \cdot (0.86 + 1.72) - 0.86 = 1.72$$

$$X_{26} = s_6 = x_{26} \cdot W_2 + x_{02} = 1.72 \cdot 0.0012 + 0.003 = 0.005 [mm/o]$$

**Za režimsku tačku [6]
(6000; 0,005)
eksperimentalno je
određena postojanost
 $T_6=24,8$ min.**



5° Iz simpleksa 4-5-6 isključuje se tačka 4 kao najnepovoljnija, pa je novi simpleks 5-6-7.

• kodirane koordinate nove tačke 7 su

$$x_{17} = \frac{2}{2} \cdot (x_{15} + x_{16}) - x_{14} = \frac{2}{2} \cdot (1 + 2) - 1.5 = 1.5$$

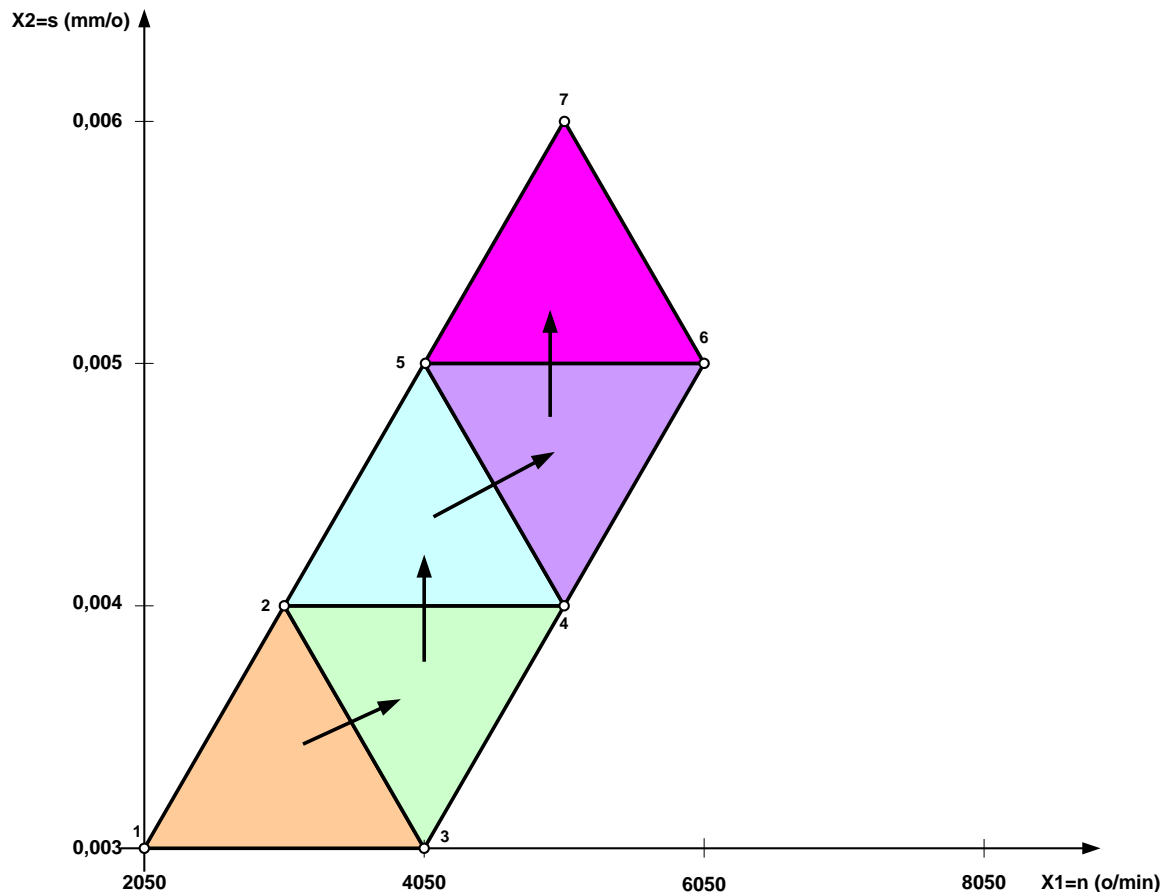
$$x_{27} = \frac{2}{2} \cdot (x_{25} + x_{26}) - x_{24} = \frac{2}{2} \cdot (1.72 + 1.72) - 0.86 = 2.58$$

• prirodne koordinate nove tačke 7 su

$$X_{17} = n_7 = x_{17} \cdot W_1 + x_{01} = 1.5 \cdot 2000 + 2050 = 5050 [\text{o/min}]$$

$$X_{27} = s_7 = x_{27} \cdot W_2 + x_{02} = 2.58 \cdot 0.0012 + 0.003 = 0.006 [\text{mm/o}]$$

**Za režimsku tačku [7]
(5000; 0,006)
eksperimentalno je
određena postojanost
 $T_7=3,9$ min.**



6° Iz simpleksa 5-6-7 isključuje se tačka 7 kao najnepovoljnija, pa bi novi simpleks opet bio razmatrani simpleks 4-5-6. Iz ovog simpleksa 4-5-6 isključuje se sledeća najnepovoljnija tačka 5, pa je novi simpleks 4-6-8.

• kodirane koordinate nove tačke 8 su

$$x_{18} = \frac{2}{2} \cdot (x_{14} + x_{16}) - x_{15} = \frac{2}{2} \cdot (1.5 + 2) - 1 = 2.5$$

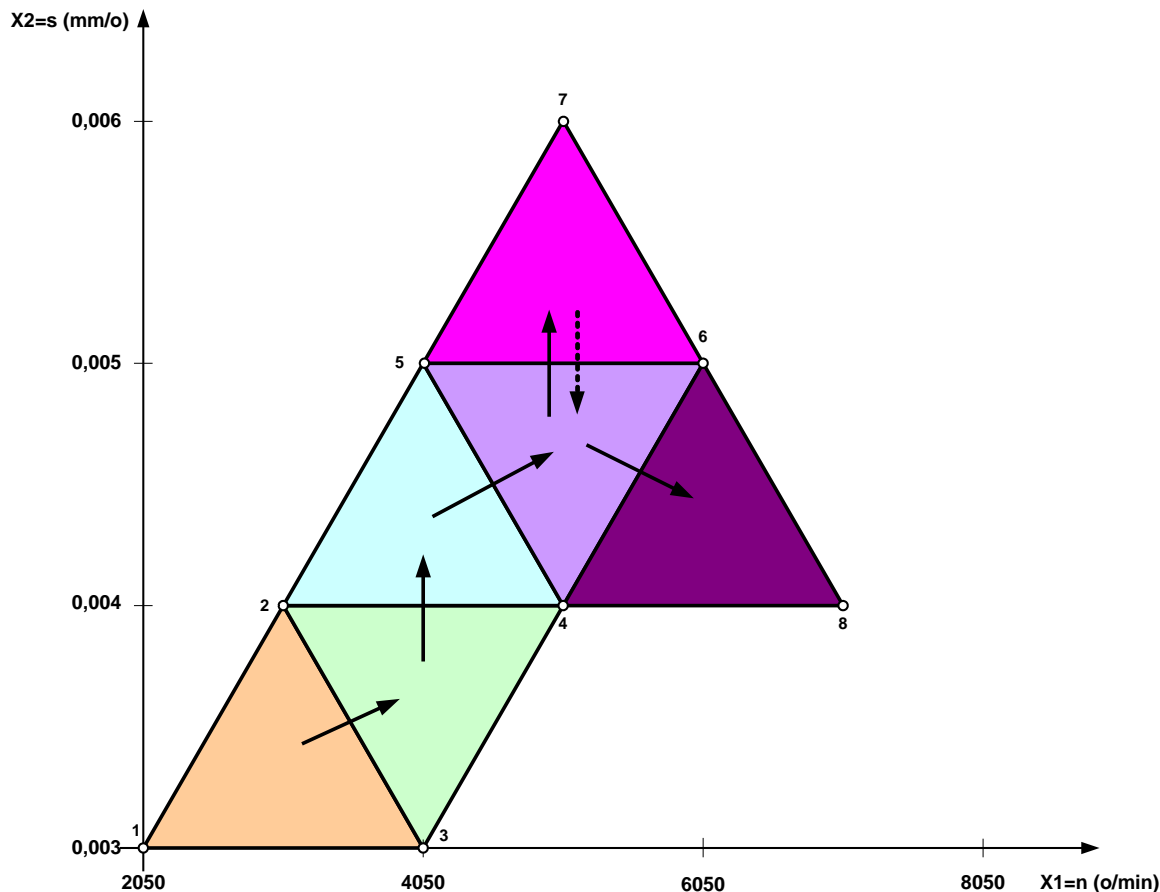
$$x_{28} = \frac{2}{2} \cdot (x_{24} + x_{26}) - x_{25} = \frac{2}{2} \cdot (0.86 + 1.72) - 1.72 = 0.86$$

• prirodne koordinate nove tačke 8 su

$$X_{18} = n_8 = x_{18} \cdot W_1 + x_{01} = 2.5 \cdot 2000 + 2050 = 7050 [o/min]$$

$$X_{28} = s_8 = x_{28} \cdot W_2 + x_{02} = 0.86 \cdot 0.0012 + 0.003 = 0.004 [mm/o]$$

**Za režimsku tačku [9]
(6800; 0,004)
eksperimentalno je
određena postojanost
 $T_g=21,2$ min.**



7° Iz simpleksa 4-6-8 isključuje se tačka 4 kao najnepovoljnija, pa je novi simpleks 6-8-9.

• kodirane koordinate nove tačke 9 su

$$x_{19} = \frac{2}{2} \cdot (x_{16} + x_{18}) - x_{14} = \frac{2}{2} \cdot (2 + 2.5) - 1.5 = 3$$

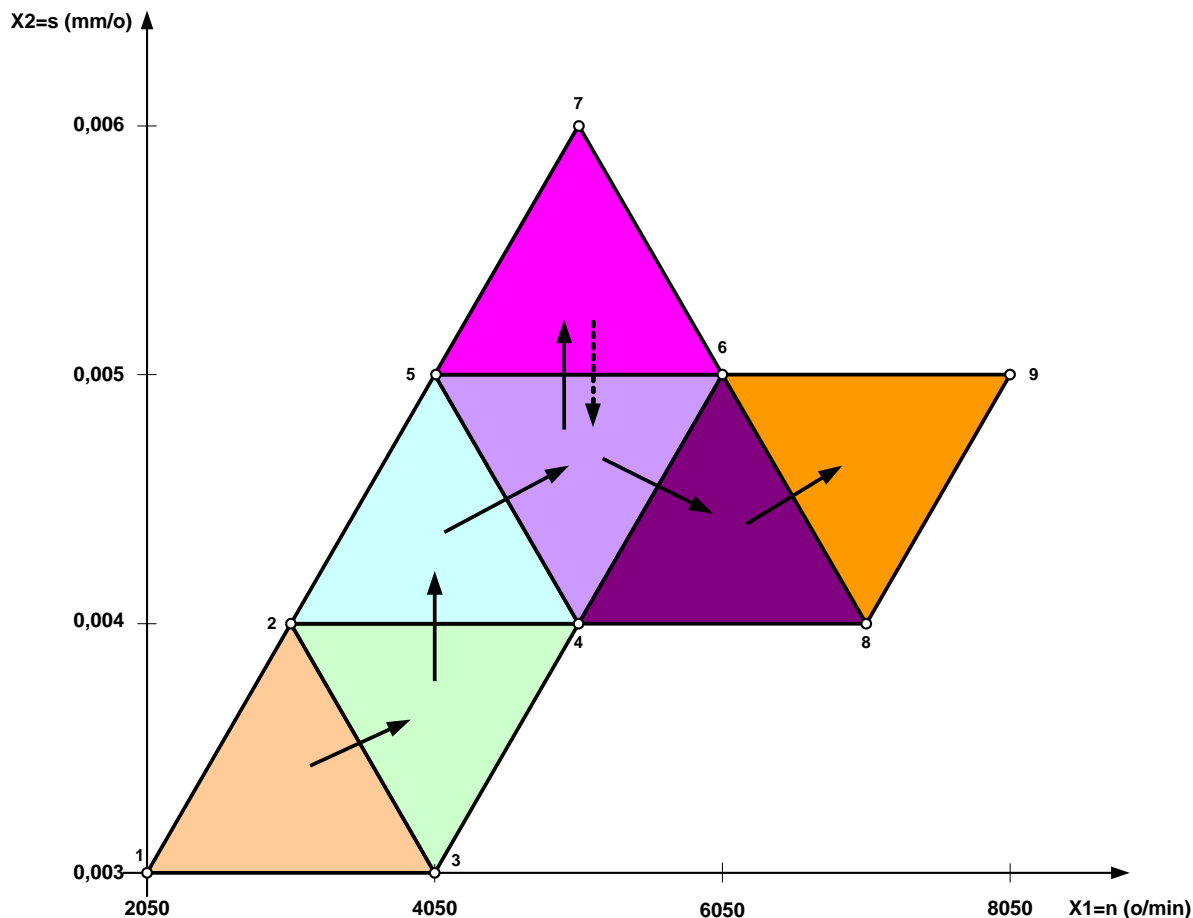
$$x_{29} = \frac{2}{2} \cdot (x_{26} + x_{28}) - x_{24} = \frac{2}{2} \cdot (1.72 + 0.86) - 0.86 = 1.72$$

• prirodne koordinate nove tačke 9 su

$$X_{19} = n_9 = x_{19} \cdot W_1 + x_{01} = 3 \cdot 2000 + 2050 = 8050 [o/min]$$

$$X_{29} = s_9 = x_{29} \cdot W_2 + x_{02} = 1.72 \cdot 0.0012 + 0.003 = 0.005 [mm/o]$$

Za režimsku tačku [9]
(7800; 0,005)
eksperimentalno je
određena postojanost
 $T_9=16,2$ min.



6° Iz simpleksa 6-8-9 isključuje se tačka 9 kao najnepovoljnija, pa bi novi simpleks opet bio razmatrani simpleks 4-6-8. Iz ovog simpleksa 6-8-9 isključuje se sledeća najnepovoljnija tačka 8, pa je novi simpleks 6-9-10.

• kodirane koordinate nove tačke 10 su

$$x_{1,10} = \frac{2}{2} \cdot (x_{16} + x_{19}) - x_{18} = \frac{2}{2} \cdot (2 + 3) - 2.5 = 2.5$$

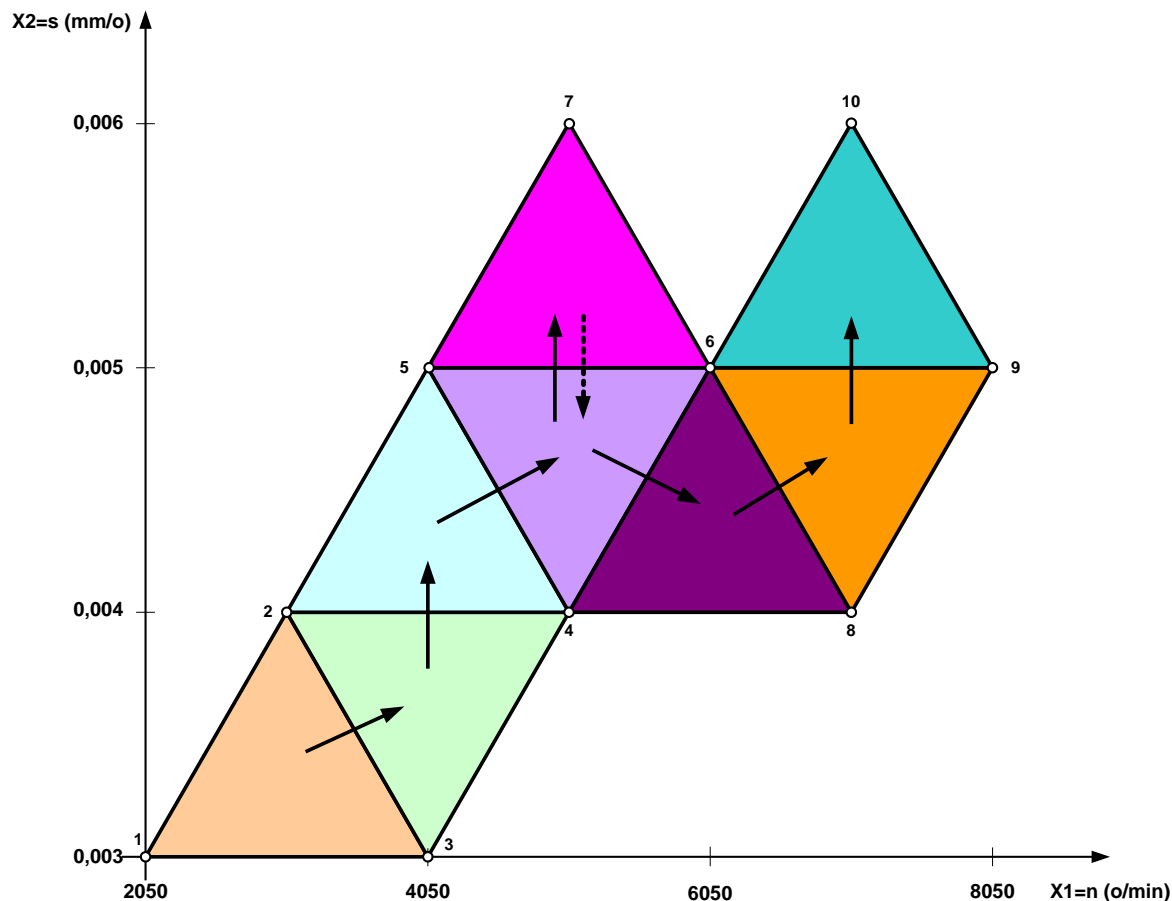
$$x_{2,10} = \frac{2}{2} \cdot (x_{26} + x_{29}) - x_{28} = \frac{2}{2} \cdot (1.72 + 1.72) - 0.86 = 2.58$$

• prirodne koordinate nove tačke 10 su

$$X_{1,10} = n_{10} = x_{1,10} \cdot W_1 + x_{01} = 2.5 \cdot 2000 + 2050 = 7050 [o / \text{min}]$$

$$X_{2,10} = s_{10} = x_{2,10} \cdot W_2 + x_{02} = 2.58 \cdot 0.0012 + 0.003 = 0.006 [mm / o]$$

Za režimsku tačku [10]
(6800; 0,006)
eksperimentalno je
određena postojanost
 $T_{10}=2,5$ min.



Iz simpleksa 6-9-10, trebalo bi isključiti tačku 10 kao najnepovoljniju, pa bi novi simpleks bio 6-8-9, koga smo već razmatrali.

Primećuje se da oko tačke 6 počinje cirkulacija (kruženje) simpleksa, pa je ova tačka prema teoriji simpleksnog metoda optimalna tačka procesa:

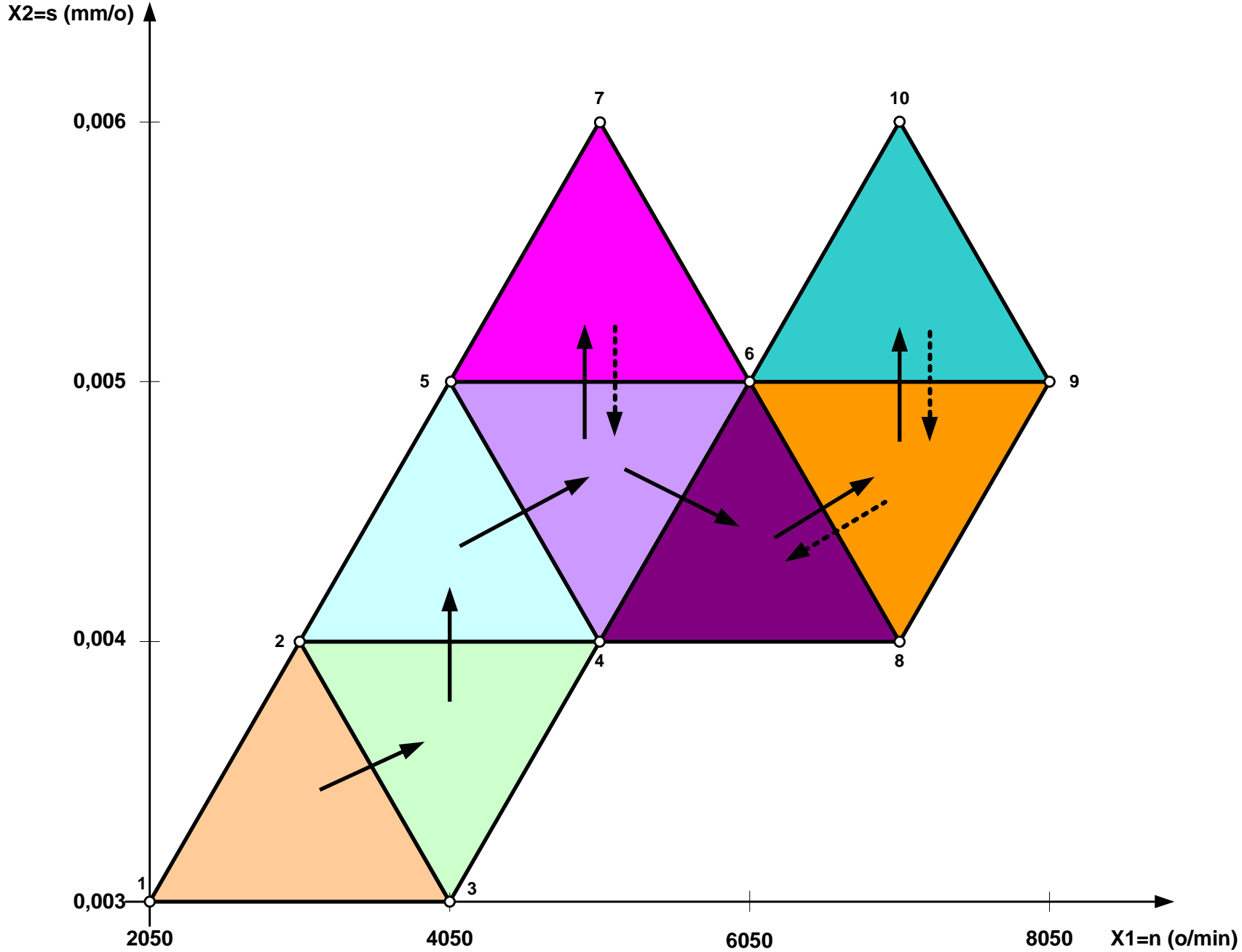
$$n_{opt.} = n_6 = 6060 [o / \text{min}]$$

$$s_{opt} = s_6 = 0.005 [mm / o]$$

$$T_{opt} = T_6 = 24.8 [\text{min}]$$

U cilju dobijanja tačnijeg rešenja moglo bi se vršiti smanjenje stranica simpleksa a zatim pretraživanje u okolini tačke 6.

Redni broj eksperim.	SIMPLEKS	VRH SIMPLEKSA	FAKTOR				Postojanost T (min)
			x_1	X_1	x_2	X_2	
1	1-2-3	1	0	2050	0	0,003	9,0
2	1-2-3	2	0,5	3050(3080)	0,86	0,004	13,2
3	1-2-3	3	1	4050 (4100)	0	0,003	11,6
4	2-3-4	4	1,5	5050 (5000)	0,86	0,004	17,0
5	2-4-5	5	1	4050 (4100)	1,72	0,005	19,0
6	4-5-6	6	2	6050 (6060)	1,72	0,005	24,8
7	5-6-7	7	1,5	5050 (5000)	2,58	0,006	3,9
8	4-6-8	8	2,5	7050 (6800)	0,86	0,004	21,2
9	6-8-9	9	3	8050 (7800)	1,72	0,005	16,2
10	6-9-10	10	0,5	7050 (6800)	2,58	0,006	2,5



Simpleksna trajektorija iz primera