

FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA  
DEPARTMAN ZA PROIZVODNO MAŠINSTVO  
Predmet: **PROJEKTOVANJE I EKSPLOATACIJA OBRADNIH I  
TEHNOLOŠKI SISTEMI**

Prof. dr Aleksandar Živković, vanredni profesor  
Dr Cvijetin Mlađenović, docent

**ZADACI ZA VEŽBU**  
(Autorizovani rukopis)

Namenjeno studentima Fakulteta tehničkih nauka  
Zabranjeno je umnožavanje ovog materijala  
u celini ili u segmentima bez dozvole autora

Novi Sad, 2022.

## UVODNE NAPOMENE

Ovaj tekst sadrži zadatke koji se jednim delom obraćaju na vežbama, ili su to ispitni zadaci iz prethodnih rokova. Zato on može korisno poslužiti pri utvrđivanju znanja i pripremu za pismeni deo ispita iz predmeta PROJEKTOVANJE I EKSPLOATACIJA OBRADNIH I TEHNOLOŠKIH SISTEMA.

Zadaci koji se obraćaju odnose se isključivo na rešavanje pitanja iz oblasti kinematskih struktura mašina. Pri tome treba voditi računa da se svaka mašina, u okviru iste grupe može razlikovati, u određenim detaljima njene kinematske strukture. Prema tome, princip ostvarenja potrebnih kretanja i princip formiranja pojedinih kinematskih lanaca MORA biti u skladu sa konkretnim slučajem. To znači da se za svaki konkretan zadatak trebaju definisati pojedini, moguće varijabilni segmenti strukture kinematskih lanaca koji obezbećuju potrebna kretanja. Takvi segmenti su grupe izmenjivih zupčanika i/ili prenosni faktori definisani matricom raspoloživih vrednosti.

Kada je u pitanju prvi navedeni slučaj, treba voditi računa o sledećem:  
Izmenljivi zupčanici su jedan član prenosne strukture nekog kinematskog lanca. Njihov prenosni faktor je samo deo celokupnog prenosnog faktora razmatranog kinematskog lanca, no od njegove tačnosti zavisi i ukupna tačnost. Opšte je pitanje, dakle, kako odrediti izmenljive zupčanike, tako da njihov prenosni faktor zadovolji zahtevanu tačnost celog kinematskog lanca. Imajući u vidu da je segment prenosne strukture sa izmenljivim zupčanicima predviđen radi mogućnosti zadovoljenja širokog spektra zahteva, rešenja – tj. izbor izmenljivih zupčanika, predstavlja osnovni zadatak pri razmatranju ovakvih kinematskih struktura kod pojedinih mašina.

Pri tome se, naravno, postavlja pitanje tačnosti procedure izbora izmenljivih zupčanika.

Opšte govoreći, moguća su tri slučaja po tom pitanju:

1. **Dovoljna tačnost** – definisana tekstom zadatka
2. **Solidna tačnost** – kada bar jedan član kinematskog lanca sadrži tehnološke parametre ( $\Delta < 10\%$ )
3. **Visoka tačnost** – kada kinematski lanci povezuju sinhronizovana kretanja i kada kinematski lanac obezbećuje izradu dela ( $\Delta < 1\%$ )
4. **Apsolutna tačnost** – najčešće kod izrde zupčanika ( $\Delta = 0\%$ )

U nastavku se detaljnije razmatraju navedene mogućnosti:

1. U ovom slučaju je reč o kinematskim lancima čiji bar jedan član sadrži tehnološke parametre obrade. Oni se, kao što je iz teorije obrade skidanjem materijala poznato, usvajaju na bazi preporuka (iz šireg ili užeg opsega vrednosti), ili pak proračunavaju, uz usvajanje pojedinih elemenata, opet iz užeg ili šireg dijapazona. Ma o kojem slučaju da je reč, tehnološki parametri obrade, iako konkretno usvojeni, ili izračunati, ili pak zadati, mogu realno odstupati od te vrednosti. Pitanje je, naravno, koliko, pa se stoga, u cilju rešavanja ovih zadataka, definiše dozvoljeno odstupanje do 10%.

Imajući to u vidu, kinematski lanac koji obezbećuje ovo kretanje, odnosno njegov segment u vidu izmenljivih zupčanika, može odstupati do 10% po pitanju tačnosti. To znači da se kod razlike stvarnog prenosnog faktora izabranih (definisanih) izmenljivih zupčanika i teorijski potrebne – izračunate vrednosti, sme tek na drugom decimalnom mestu pojaviti cifra različita od nule.

Na primer, prenosni faktor izmenljivih zupčanika izračunava se iz izraza (to je, dakle, taj teorijski potreban):

$$k_t = \frac{37}{28} \cdot 2 \cdot \frac{35}{55} \cdot \frac{44}{22} \cdot \frac{1}{2} = \frac{37}{22} = 1,681818$$

Sada se pojavljuje pitanje: koliko izmenljivih zupčanika treba da obezbedi navedeni prenosni faktor. Najmanji njihov broj je, naravno, dva, a može biti četiri (eventualno šest), tj. jedan par zupčanika, dva, ili eventualno tri para. Pri tome se može pojaviti i ukupno neparni broj izmenljivih zupčanika, što znači, prisustvo i meČuzupčanika. On, eventualno u takvom slućaju, ne utiče na vrednost prenosnog faktora, već isključivo menja smer obrtanja, tj. utiče na predznak prenosnog faktora u smislu njegove promene.

Nastavak ovog primera izvodi se za slućaj izbora:

- a) dva izmenljiva zupčanika
- b) slućaj četiri izmenljiva zupčanika

- a) Određivanje brojeva zuba dva izmenljiva zupčanika (a,b)

Prehodno izračunati prenosni faktor treba da obezbede dva zupčanika, pa je prema tome:

$$k_t = 1,681818 = \frac{a}{b}$$

Ovo je jedna jednačina sa dve nepoznate. Takav sistem je matematički neodređen i ima beskonačno mnogo rešenja. No tu ne treba zaboraviti i prisutna ograničenja:

- vrednosti parametara "a" i "b" mogu biti samo prirodni brojevi, obzirom da predstavljaju brojeve zuba (izmenljivih) zupčanika
- raspon niza mogućih prirodnih brojeva je takođe ograničen, obzirom na realno najmanji i najveći broj zuba zupčanika.

Realno najmanji broj zuba nije onaj koji se obično definiše problemom izrade uz opasnost od podsecanja podnožja profila, nego sledi iz najmanje realne gabaritne dimenzije, tj. prečnika podeonog kruga. Ako je on približno 40 [mm] (za zupčanike prenosnika mašina alatki) i ako se kod takvih zupčanika obično ne primenjuje modul manji od 2 [mm], onda sledi da je minimalni broj zuba u opštem slućaju:

$$D_{0\min} \cong 40 = m_{\min} \cdot z = 2 \cdot z$$

$$z \geq \frac{40}{2} = 20$$

Donja granica prirodnih brojeva kojima se mogu definisati vrednosti brojeva izmenljivih zupčanika je, prema tome, oko 20.

Gornja granica je, takođe, određena gabaritnom dimenzijom, tj. najvećim prečnikom podeonog kruga, koji se u opštem slućaju može usvojiti oko 200 [mm]. Tada je:

$$D_{0\max} \cong 200 = m_{\min} \cdot z = 2 \cdot z$$

$$z \leq \frac{200}{2} = 100$$

U skladu sa tim ukoliko nije zadata raspoloživa garnitura izmenljivih zupčanika tj. konkretan skup prirodnih brojeva kao njihov broj zuba, rešenje treba prvenstveno tražiti u intervalu brojeva od 20÷100.

Ove brojeve ne treba, ni u kom slućaju, shvatiti kao apsolutne fizičke granice. Mora se, međutim, imati u vidu da za brojeve zuba manje od 20 može nastati problem otvora

glavčine zupčanika, diktiran prečnikom vratila. U slučaju izbora broja zuba većeg od 100, treba biti spremna na prisustvo vrlo velikog zupčanika koji zahteva veliko osno rastojanje, pa stoga sigurno povećava ukupan gabarit konstrukcije, a time i cenu.

Na kraju ove diskusije, napominje se da se kao oznake izmenljivih zupčanika primenjuju u razmatranim zadacima mala slova abecede (kao što je to u ovom primeru), ili pak klasično obeležavanje  $z_i, z_j, z_k, \dots (i; j; k = 1, 2, \dots)$ .

Konačno povratkom na započet primer sledi, procedura uz ranije izračunati prenosni faktor:

$$k_t = 1,681818 = \frac{a}{b}$$

Neka od mogućih rešenja, koja zadovoljavaju navedene kriterijume, se prikazuju u sledećoj tabeli, uz procenu, u koloni napomena, valjanost po pitanju tačnosti.

$k_t = 1,681818$			
$\frac{a}{b}$	$k_s$	$\Delta = \frac{k_s - k_t}{k_s} \cdot 100\%$	Napomena o rešenju
$\frac{34}{20}$	1,7	1,07%	zadovoljava
$\frac{35}{20}$	1,75	3,896%	zadovoljava
$\frac{36}{20}$	1,8	16,8%	nezadovoljava

b) Određivanje brojeva zuba četiri izmenljiva zupčanika:

$$k_t = 1,681818 = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$$

Ovo je sad jedna jednačina sa četiri nepoznate, koja, naravno, predstavlja matematički neodređen sistem. Rešenje se, uz uvažavanje svega ranije rečenog, konkretizuje usvajanjem vrednosti za jedan od činioca prisutnog proizvoda. Npr.:

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{2} \left( \frac{20}{40} \text{ ili } \frac{21}{42}; \text{ itd} \right), \text{ pa je onda } \frac{c}{d} = 2 \cdot 1,681818 = 3,363636$$

$k_t = 1,681818$			
$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$	$k_s$	$\Delta = \frac{k_s - k_t}{k_s} \cdot 100\%$	Napomena o rešenju
$\frac{1}{2} \cdot \frac{68}{20}$	1,7	1,07%	zadovoljava
$\frac{1}{2} \cdot \frac{70}{20}$	1,75	3,896%	zadovoljava
$\frac{1}{2} \cdot \frac{72}{20}$	1,8	16,8%	nezadovoljava

2. Drugi slučaj određivanja izmenljivih zupčanika odnosi se na kinematske lance što povezuju određena kretanja od kojih se zahteva velika sinhronizovanost, tj. visoka kinematska tačnost. Takvim lancima se obezbeđuje izrada tačnih dimenzija obratka, koje su vrlo često i konkretno tolerisane. Tada je najbolje držati se pravila: ŠTO TAČNIJE – TO BOLJE, no u ovim zadacima se kao opšte zadovoljavajuća tačnost smatra razlika stvarnog i teorijskog prenosnog faktora do 1%. To drugim rečima znači da se u pomenutoj razlici, tek na trećem decimalnom mestu može pojaviti cifra različita od nule. Ukoliko je pak uz pomenutu dimenziju zadata i širina tolerancijskog polja, treba proveriti da li je to obezbeđeno, ili se izbor izmenljivih zupčanika mora izvesti još tačnije, u odnosu na dozvoljeno odstupanje do 1%.

Najbolje rešenje je i u ovom slučaju postizanje apsolutne tačnosti (ta će procedura biti izložena u nastavku), no to često nije moguće, tj. onda kada se u kinematskom lancu pojavljuje broj "π" sa beskonačno puno decimala.

U primeru navedenom u tački 1, ni jedno rešenje ne zadovoljava ovaj kriterijum. Stoga se sada, za istu vrednost teorijskog prenosnog faktora ( $k_t = 1,681818$ ), navode dva moguća rešenja.

$k_t = 1,681818$			
$\frac{a}{b}$ $\left(\frac{a \cdot c}{b \cdot d}\right)$	$k_s$	$\Delta = \frac{k_s - k_t}{k_s} \cdot 100\%$	Napomena o rešenju
$\frac{42}{25}$ $\left(\frac{1 \cdot 84}{2 \cdot 25}\right)$	1,68	0,1%	zadovoljava
$\frac{47}{28}$ $\left(\frac{1 \cdot 94}{2 \cdot 28}\right)$	1,67857	0,19%	zadovoljava

Obzirom na zahtevanu tačnost, preporučuje se izračunavanje sa bar 5 decimalnih mesta. Pri tome se ne sme zaboraviti da broj "π" nije 3,14 nego 3,141592654..., pa ga sa odgovarajućom tačnošću treba, u ovakvim slučajevima, primenjivati.

3. Od nekih kinematskih lanaca se zahteva apsolutna tačnost. Takav slučaj je prisutan kod strogo zavisnih zupčanika metodom relativnog kotrljanja. To znači da izbor brojeva zuba, izmenljivih zupčanika, kao segmente takvog kinematskog lanca, mora zadovoljiti navedenu tačnost. U tom slučaju (naravno bez prisustva broja "π") teorijski prenosni faktor ne treba izračunavati kao konkretnu vrednost (najčešće oblika decimalnog broja), već ga treba ostaviti u izvornom obliku, koji je ili ceo broj, ili razlomak. Proširivanjem, ili skraćivanjem, takvog broja dolazi se do rešenja sa apsolutnom vrednošću.

Kao ilustracija se navodi prethodni primer teorijskog prenosnog faktora:

$$k_t = \frac{37}{22} = 1,681818$$

Sada je od značaja isključivo oblik razlomka koji ujedno predstavlja i rešenje brojeva zuba jednog para izmenljivih zupčanika:

$$\frac{a}{b} = \frac{37}{22} \text{ ili } \frac{74}{44}$$

Ukoliko je reč o dva para izmenljivih zupčanika, onda je jedno od mogućih rešenja:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = k_t = \frac{37}{22} = \frac{37}{22} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 = \frac{37}{44} \cdot 2 = \frac{37}{44} \cdot \frac{40}{20}$$

Vrednost teorijskog prenosnog faktora, dakle, ne treba izračunavati kalkulatorom, nego se modifikacijom brojioca i imenioca razlomka dolazi do rešenja.

Ako je pak u pitanju ceo broj, onda njega treba prvo pretvoriti u razlomak, kao npr.:

$$k_t = 3 = \frac{3}{1} = \frac{60}{20} = \frac{a}{b} = \frac{90}{30} = \frac{45}{30} \cdot 2 = \frac{45}{30} \cdot \frac{40}{20} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$$

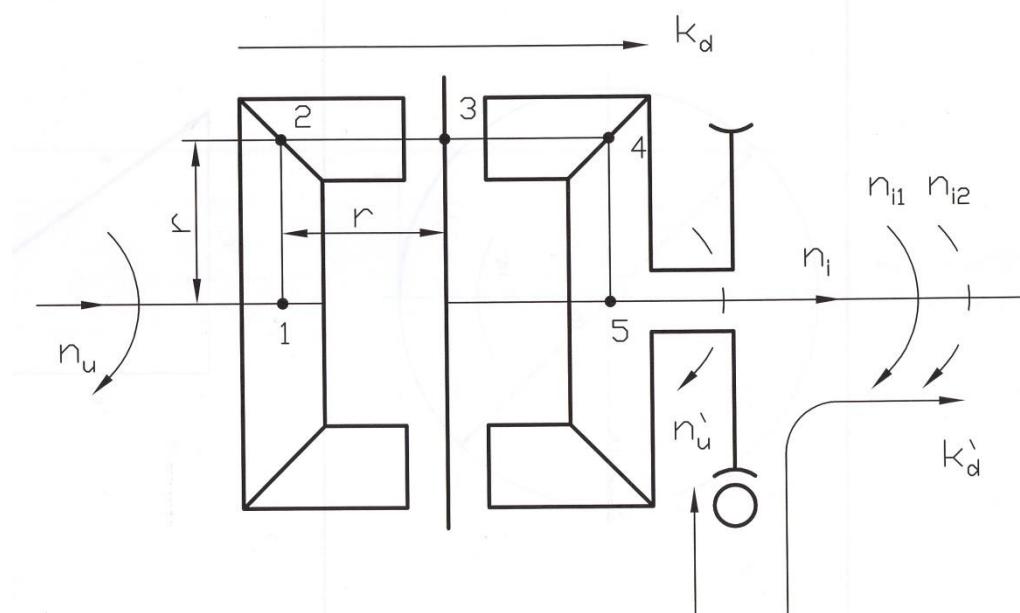
Osim izmenljivih zupčanika, kao varijabilni segment prenosne strukture, može se pojaviti i skup prenosnih faktora. On se obično simbolično označava matricom sa elementima  $k_1 \div k_m$  ili konkretnim brojčanim vrednostima. U nekim zadacima se traži upravo određivanje prenosnog faktora tog segmenta ukupne strukture (tj. prenosnika za glavno ili pomoćno kretanje). Tada se, slično ranije izloženoj proceduri, izračunava teorijska vrednost potrebnog prenosnog faktora. Ukoliko skup raspoloživih faktora nije zadat brojčano, to predstavlja i konačno rešenje. No ako je matrica prenosnih faktora zadata numeričkim vrednostima, treba na osnovu izračunatog podatka usvojiti jednu konkretnu. U opštem slučaju to je, naravno, vrednost prenosnog faktora najbliža teorijskoj. Može se, međutim, pojaviti situacija kada je neophodno usvajanje isključivo manje, ili pak veće, vrednosti od izračunate.

Imajući sve razmatrano u vidu, treba obavezno sa usvojenim vrednostima prenosnog faktora, i/ili izmenljivih zupčanika, proveriti dotični kinematski lanac u smislu kontrole ispunjenja zadatkom definisane tačnosti.

## DIFERENCIJAL

Jedan od segmenata prenosne strukture mašina alatki je DIFERENCIJAL. On spada u grupu elementarnih prenosnika, no specifičan je iz razloga što ima dva prenosna faktora. Obzirom da se kod nekih zadataka pojavljuje diferencijal, kao i da njegovi prenosni faktori zavise od same konstrukcije (tj. po pravilu nisu zadati), u nastavku se ukratko izlaže procedura određivanja prenosnog faktora dva tipa diferencijala. Ona bazira na odnosu pojedinih komponenti iz ustanovljenog dijagrama brzina karakterističnih tačaka diferencijala.

I tip diferencijala



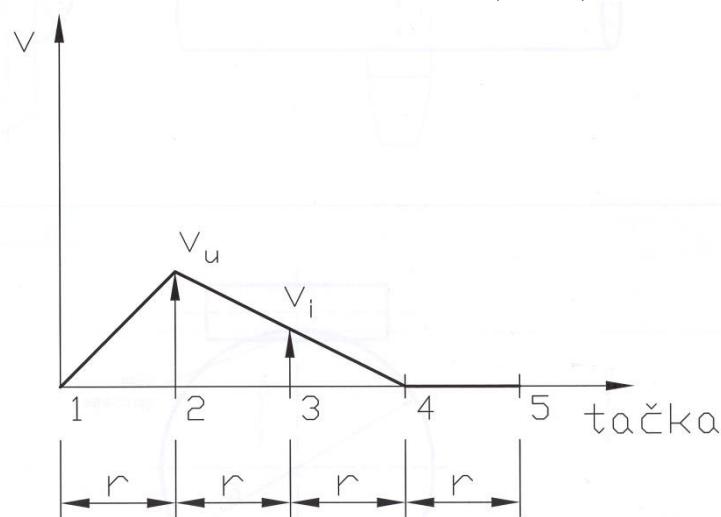
$n_u$ ;  $n'_u$  - ulazni brojevi obrtaja

$n_i$  - izlazni broj obrtaja

$n_{i1}$ ;  $n_{i2}$  - izlazni broj obrtaja za parcijalne slučajevе, tj. za  $n'_u=0$  и  $n_u=0$

Kod ovog tipa diferencijala ulazni broj obrtaja može biti preko levog koničnog zupčanika ( $n_u$ ), pri čemu se na izlazu javlja broj obrtaja  $n_i$ . Prenosni faktor je u tom slučaju  $k_d$ . Dijagram brzina u pet karakterističnih tačaka je:

$$n_u \neq 0; (n'_u = 0)$$



U tački 4 i 5 brzina je nula, obzirom da se desni konični zupčanik (vezan za pužni točak) ne obrće zbog  $n'_u = 0$ . U tački 1, brzina je takočenula, jer se radi o osi obrtanja. U tački 2 postoji brzina kao posledica obrtanja  $n_u$  i rastojanja od ose –  $r$ :

$$v_2 = v_u = r \cdot \omega_u = r \cdot \frac{\pi n_u}{30}$$

(između tačke 1 i 2 promena brzine je linearna jer se radi o krutom telu, što je takočen slučaj i između tačaka 2, preko 3, do 4)

U tački 3, očigledno, postoji brzina koja dovodi do obrtanja  $n_{i1}$ . Znači:

$$v_3 = v_i = r \cdot \omega_{i1} = r \cdot \frac{\pi n_{i1}}{30}$$

Iz samog dijagrama brzina sledi:

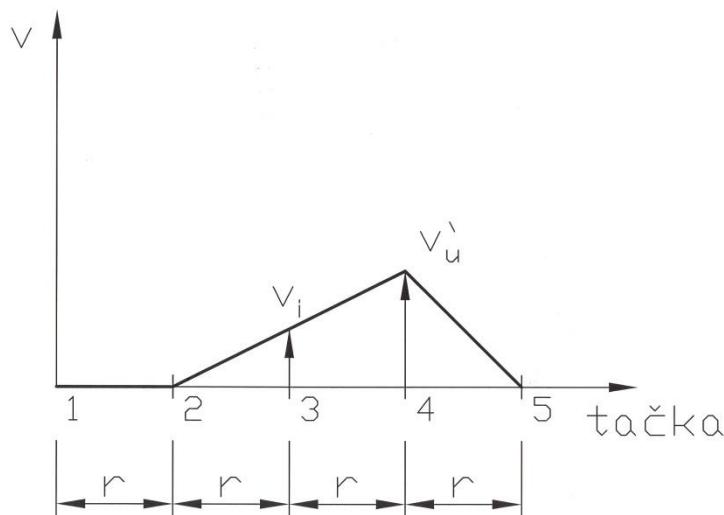
$$\frac{v_u}{2r} = \frac{v_i}{r} \Rightarrow \frac{v_i}{v_u} = \frac{1}{2} = \frac{r \frac{\pi n_{i1}}{30}}{r \frac{\pi n_u}{30}} = \frac{n_{i1}}{n_u}$$

Po definiciji, prenosni faktor predstavlja odnos "izlaznog" i "ulaznog" broja obrtaja, pa je stoga:

$$\frac{n_{i1}}{n_u} = \frac{1}{2} = k_d \quad \text{tj.} \quad k_d = \frac{1}{2}$$

Druga mogućnost je prisustvo ulaznog obrtanja preko puža i pužnog točka, pri čemu se obrće desni konični zupčanik sa  $n'_u$ , a to, takočen, dovodi do pojave izlaznog broja obrtaja  $n_{i2}$ . Prenosni faktor je u tom slučaju  $k'_d$ , i određuje se iz sledećeg dijagrama brzina karakterističnih tačaka:

$$n'_u \neq 0 ; (n_u = 0)$$



Analogno proceduri prethodnog slučaja sada je:

$$v_4 = \dot{v}_u = r \cdot \dot{\omega}_u = r \cdot \frac{\pi n_u}{30}$$

$$v_3 = v_i = r \cdot \dot{\omega}_{i2} = r \cdot \frac{\pi n_{i2}}{30}$$

Iz dijagrama brzina je:

$$\frac{v_i}{r} = \frac{\dot{v}_u}{2r} \Rightarrow \frac{v_i}{\dot{v}_u} = \frac{1}{2} = \frac{n_{i2}}{n_u}, \quad \text{odnosno} \quad \frac{n_{i2}}{n_u} = \frac{1}{2} = k_d \quad \text{tj.} \quad k_d = \frac{1}{2}$$

Primer 1:  $n_u = 50$  ;  $\dot{n}_u = 20$

$$n_{i1} = n_u \cdot k_d = 50 \cdot \frac{1}{2} = 25$$

$$n_{i2} = n_u \cdot k_d = 20 \cdot \frac{1}{2} = 10$$

$$n_i = n_{i1} + n_{i2} = 25 + 10 = 35$$

Primer 2:  $n_u = 50$  ;  $\dot{n}_u = -20$  (znak "-" znači kontra smer obrtanja)

$$n_{i1} = n_u \cdot k_d = 50 \cdot \frac{1}{2} = 25$$

$$n_{i2} = n_u \cdot k_d = -20 \cdot \frac{1}{2} = -10$$

$$n_i = n_{i1} + n_{i2} = 25 - 10 = 15$$

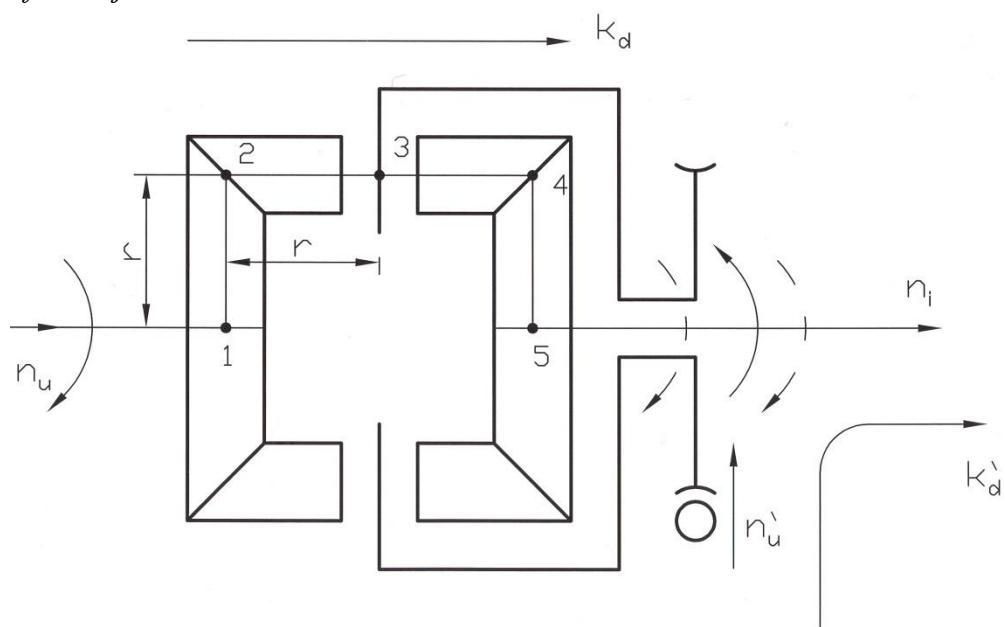
Primer 3:  $n_u = -50$  ;  $\dot{n}_u = 20$

$$n_{i1} = n_u \cdot k_d = -50 \cdot \frac{1}{2} = -25$$

$$n_{i2} = n_u \cdot k_d = 20 \cdot \frac{1}{2} = 10$$

$n_i = n_{i1} + n_{i2} = -25 + 10 = -15$ , a to znači da se izlazno vratilo diferencijala obrće sa 15 obrtaja (ovde se ne razmatra u kom vremenu), ali u smeru suprotnom od naznačenog strelicama na skici.

II tip diferencijala.

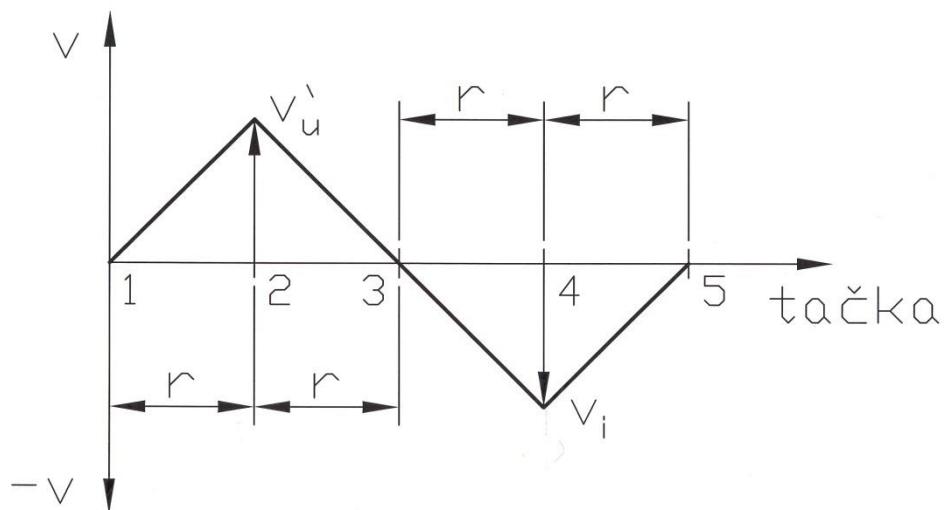


$n_u$ ;  $n'_u$  - ulazni brojevi obrtaja

$n_i$  - izlazni broj obrtaja

$n_{i1}$ ;  $n_{i2}$  - izlazni broj obrtaja za parcijalne slučajeve, tj. za  $n'_u=0$  i  $n_u=0$

Prva mogućnost je:  $n_u \neq 0$ ;  $n'_u = 0$



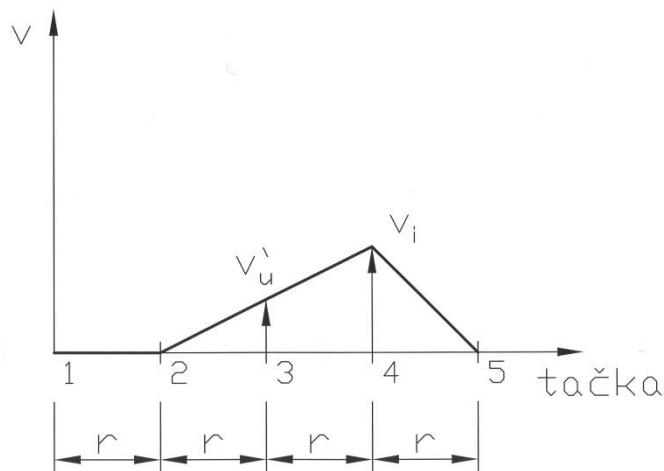
$$v_2 = v_u = r \cdot \frac{\pi n_u}{30} ; \quad v_4 = v_i = r \cdot \frac{\pi n_{i1}}{30}$$

$$v_u = -v_i \Rightarrow n_4 = -n_{i1}$$

$$\frac{n_{i1}}{n_u} = -1 = k_d \quad \text{tj.} \quad k_d = -1$$

Znak "-" pokazuje da je u ovom slučaju izlazni broj obrtaja suprotnog smera od ulaznog, a to je naznačeno strelicama na skici diferencijala.

Druga mogućnost je:  $n'_u \neq 0$  ;  $n_u = 0$



$$v_3 = v_u' = r \cdot \frac{\pi n_u'}{30} \quad ; \quad v_4 = v_i = r \cdot \frac{\pi n_{i2}}{30}$$

$$\frac{v_i}{v_u'} = 2 \quad \Rightarrow \quad \frac{n_{i2}}{n_u'} = 2$$

$$\frac{n_{i2}}{n_u'} = 2 = k_d \quad tj. \quad k_d = 2$$

Primer 1:  $n_u = 50$  ;  $n_u' = 20$

$$n_{i1} = n_u \cdot k_d = 50 \cdot (-1) = -50 \quad (\text{strelica punom linijom})$$

$$n_{i2} = n_u' \cdot k_d = 20 \cdot 2 = 40 \quad (\text{strelica isprekidanom linijom})$$

$$n_i = n_{i1} + n_{i2} = -50 + 40 = -10 \quad (\text{to znači da je smer izlaznog obrtanja prema strelici nacrtanoj punom linijom})$$

Primer 2:  $n_u = 50$  ;  $n_u' = -20$

$$n_{i1} = n_u \cdot k_d = 50 \cdot (-1) = -50 \quad (\text{strelica punom linijom})$$

$$n_{i2} = n_u' \cdot k_d = -20 \cdot 2 = -40 \quad (\text{kontra strelice isprekidanom linijom})$$

$$n_i = n_{i1} + n_{i2} = -50 - 40 = -90 \quad (\text{to znači da je smer izlaznog obrtanja prema strelici nacrtanoj punom linijom})$$

Primer 3:  $n_u = -50$  ;  $n_u' = 20$

$$n_{i1} = n_u \cdot k_d = (-50) \cdot (-1) = 50 \quad (\text{kontra strelice punom linijom})$$

$$n_{i2} = n_u' \cdot k_d = 20 \cdot 2 = 40 \quad (\text{strelica isprekidanom linijom})$$

$$n_i = n_{i1} + n_{i2} = 50 + 40 = 90 \quad (\text{to znači da je smer izlaznog obrtanja prema strelici nacrtanoj punom linijom})$$

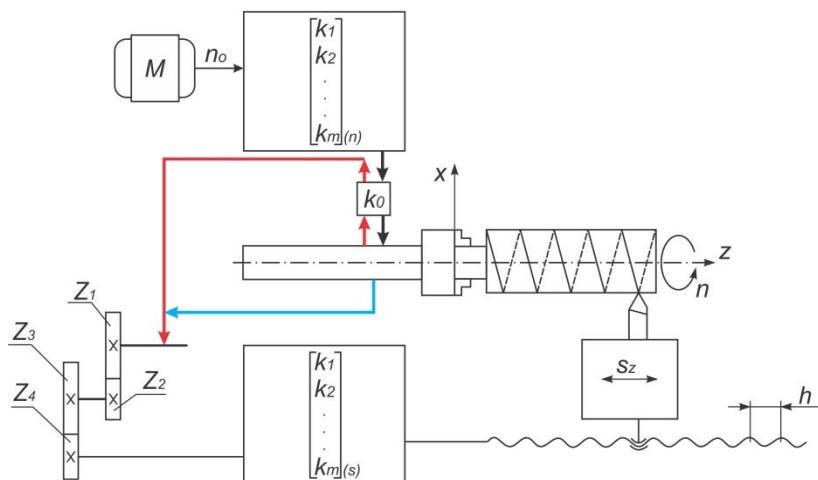
Prenosni faktor diferencijala neke drugačije konstrukcije, određuje se prema prikazanoj metodologiji. Za takve slučajeve će se, u konkretnim zadacima, dati komentar u odnosu dva prikazana tipa.

Na kraju ovog uvodnog dela, napominje se da će sama tehnika izračunavanja sa konkretnim detaljnijim objašnjenjima dati u okviru samih zadataka čiji deo sadrži komentar, a drugi rešenje.

## 1) Kinematska struktura strugova za izradu zavojnica

Odrediti brojeve zuba izmenjivih zupčanika ( $Z_1 \div Z_4$ ) prenosnika za pomoćno kretanje univerzalnog struga kinematske strukture prikazane na slici 1, za slučaj izrade graničnih vrednosti navoja:

- milimetarski:  $h_m = 0,5 \div 19,0 \text{ mm}$
- vitvortov:  $e = 2,5 \div 152 \text{ koraka/``}$



Potrebni podaci :

$$n_{EM} = 1440 \text{ o/min}$$

$$n = 31,5 \div 1400 \text{ o/min}$$

$$k_n = 0,0875 \div 3,8889$$

$$k_s = 0,0553 \div 0,3987$$

$$h_v = 6 \text{ mm}$$

Raspoloživa garnitura zupčanika:  $z = 20 - 100$

Slika 1 Principijelna kinematska šema univerzalnog struga za izradu zavojnica

Prema zadatku na ovom strugu se izračunaju milimetarski i Vitvortov navoj, pa je iz tog razloga prvo potrebno odrediti potrebne vrednosti pomaka za obe vrste navoja. Naime, pri izradi vitvortovih zavojnica, potrebno je obezbediti pomak  $s_z = 25,4/e$ , dok pri izradi milimetarskih odnosno metričkih trebaju pomaci  $s_z = h_m$ .

### Rešenje

Potrebne vrednosti pomaka pri izradi metričkih zavojnica su  $s_z = h_m = (0,5 \div 19) [\text{mm/o}]$ .

Pri izradi Vitvortovih zavojnica potrebni pomaci su u opsegu:

$$s_z = 25,4/(2,5 \div 152) = (10,16 \div 0,16761) [\text{mm/o}].$$

Potrebni pomaci, tj. izmenjivi zupčanici za ta dva granična slučaja, odnose se na:

$$s_{z \min} = 0,167105 [\text{mm/o}] \text{ i } s_{z \max} = 19,0 [\text{mm/o}]$$

U jednom slučaju, sigurno će se primeniti direktni (plava linija na kinematskoj šemi) a u drugom indirektni kinematski lanac (crvena linija na kinematskoj šemi). Koji od njih obezbećuje veće vrednosti pomaka zavisi od prenosnog faktora  $k_0$ . Prema slici 1 prenosni faktor  $k_0$  se određuje kao:

$$n_{\min} = n_0 k_{n \min} k_0$$

$$k_0 = \frac{n_i}{n_{em} \cdot k_{in}} = \frac{31,5}{1440 \cdot 0,0875} = 0,25$$

Prema ovoj vrednosti je sigurno da se mali pomak ostvaruje direktnim kinematskim lancem, a veliki i najveći, indirektnim preko segmenta prenosne strukture definisane faktorom  $(1/k_0)=4$ .

a) za  $s_{z \min} = 0,167105 \text{ mm/o}$ , tj  $e = 152$

Za slučaj izrade navoja minimalnog koraka kinematski lanac prema slici 1 je:

$$s_{z \min} = h_m = n \frac{z_1}{z_2} \frac{z_3}{z_4} k_{s \min} h_v; \quad n = 1 [\text{mm/1 obrtu g.v.}]$$

$$\frac{z_1}{z_2} \frac{z_3}{z_4} = \frac{s_{z \min}}{k_{s \min} h_v} = \frac{0,16710}{0,0553 \cdot 6} = 0,5036$$

Ako se za  $z_1/z_2$  usvoji vrednost  $1/2$ , onda je  $z_3/z_4 = 1,007$ , što praktično znači da su zupčanici  $z_3$  i  $z_4$  isti, tj  $z_3 = z_4$ . Ako je reč o opštoj garnituri izmenjivih zupčanika brojeva zuba od  $20 \div 100$  podrazumeva se da su svi zupčanici prisutni u po jednom komadu. Stoga, rešenje treba tražiti u nekoj drugoj varijanti, npr. usvajanjem  $z_1/z_2 = 1/3$  (npr.  $20/60$ ), u tom slučaju je :

je  $z_3/z_4 = 1,5108$ , odnosno  $z_3 = 1,5108 z_4$

Sada je prisutan veći broj rešenja, od kojih je jedan deo predstavljen narednom tablicom.

$Z_4$	20	21	22	23
$Z_3$	30,2	31,7	33,3	34,8

Najtačnije je zadnje navedeno, obzirom da je rešenje za  $z_3$  najbliže prirodnom broju. Prenosni faktor izmenjivih zupčanika je u tom slučaju:

$$\frac{z_1}{z_2} \frac{z_3}{z_4} = \frac{1}{3} \cdot \frac{35}{23} = 0,5072$$

Pa je greška tj. razlika, u odnosu na teorijski potrebnu vrednost:  $\Delta = \frac{k_s - k_t}{k_s} \cdot 100\% = \frac{0,5072 - 0,5036}{0,5072} \cdot 100\% = 0,71\%$ . Ovakvo rešenje sigurno daje visoku tačnost pomaka (a time i broj koraka „e“), što pokazuje provera:

$$s_{z \min} = h_m = \frac{1}{3} \cdot \frac{35}{23} \cdot 0,0553 \cdot 6 = 0,168304; [\text{mm/o}]$$

Razlika stvarnog pomaka u odnosu na teorijski potreban ( $0,167105 \text{ mm/o}$ ) je:  $0,167105 - 0,168304 = 0,0011 \text{ [mm/o]}$ , tj  $1,17 \text{ [\mu m/o]}$ , što je apsolutno zanemarljivo u odnosu na geometrijsku (ne) tačnost same mašine.

Imajući u vidu napomene vezane za tačnost pri određivanju izmenjivih zupčanika, date u uvodnom delu ove skripte, vodeći računa pri tome da se svakako zahteva visoka tačnost (reč je o zavojnicama, iako tolerancija nije zadata), zadovoljavajućim rešenjem se može smatrati svako pri kojem je razlika stvarnog prenosnog faktora izmenjivih zupčanika i teorijskog manja od 1%. U tom kontekstu se proverava sada prvo moguće rešenje:

$$\frac{z_1}{z_2} \frac{z_3}{z_4} = \frac{1}{3} \cdot \frac{30}{20} = 0,5,$$

greška između teorijskog i stvarnog prenosnog faktora je  $\Delta = \frac{k_s - k_t}{k_s} \cdot 100\% = \left| \frac{0,5 - 0,5036}{0,5} \right| \cdot 100\% = 0,72\% < 1\%$ , pa prema tome i ovo rešenje zadovoljava zahtevanu tačnost.

Na osnovu prethodnog, može se zaključiti da je zadovoljavajuće bilo koje rešenje od dva prethodno određena.

b) za  $s_{z \max} = 19 \text{ [mm/o]}$

Pomak za slučaj izrade navoja najvećeg koraka u skladu sa kinematskom šemom prikazanoj na slici 1 je:

$$s_{z \min} = h_m = n \frac{1}{k_0} \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4} k_{s \max} h_v; \quad n = 1 \text{ [mm/1 obrtu g.v.]}$$

$$\frac{z_1 z_3}{z_2 z_4} = \frac{s_{z \max} \cdot k_0}{k_{s \max} h_v} = \frac{19 \cdot 0,25}{0,3987 \cdot 6} = 1,9856$$

Usvajanjem  $z_1 / z_2 = 1/2$ , onda je  $\frac{z_3}{z_4} = 2 \cdot 1,9856 = 3,9712$ , tj.  $Z_3 = 3,9712 \cdot Z_4$ , pa su moguća rešenja:

$Z_4$	20	21	22	23
$Z_3$	79,4	83,4	87,4	91,3

Kod prvog rešenja je:

$$\frac{z_1 z_3}{z_2 z_4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{79}{20} = 1,975;$$

pa je greška  $\Delta = \frac{k_s - k_t}{k_s} \cdot 100\% = \frac{1,975 - 1,9856}{1,975} \cdot 100\% = 0,79\% < 1\%$ , što znači da rešenje zadovoljava zahtevanu tačnost.

Takoče usvaja se:  $\frac{Z_3}{Z_4} = \frac{21}{42}$ .

Uzdužni pomak, tj. korak metričke zavojnice je u ovom slučaju:

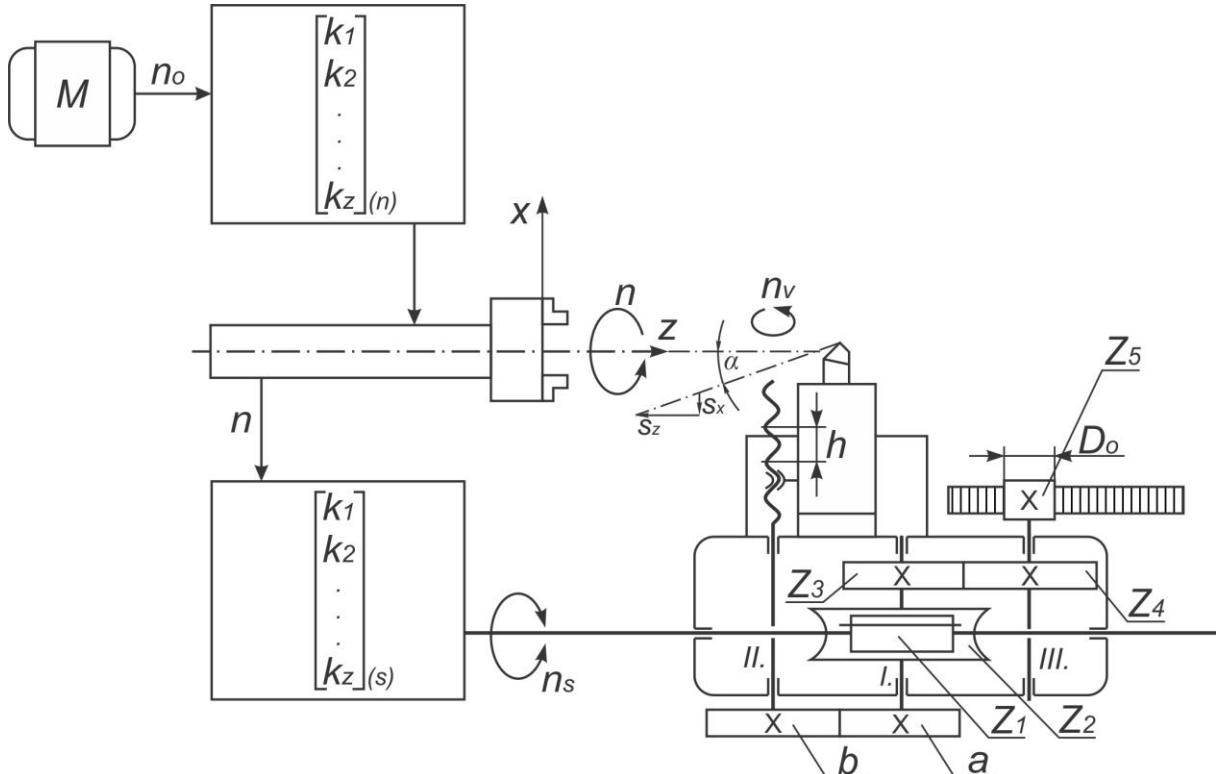
$$s_{z \min} = h_m = \frac{1}{0,25} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{79}{20} \cdot 0,3987 \cdot 6 = 18,89; \text{ [mm/o]}$$

Razlika u odnosu na zadatu vrednost je skoro 0,1 [mm/o] što je dosta veliko odstupanje, ali s obzirom da nije propisana tolerancija koraka, rešenje se smatra zadovoljavajućim.

## 2) Kinematska struktura strugova za izradu konusa

Na strugu kinematske strukture prema dатој skici, odrediti opseg brojeva zuba izmenljivih zupčanika tako da se mogu izračivati konusisa uglom vrha od  $10^\circ \div 60^\circ$ .

Pri izradi graničnih uglova vrha konusa greška ovog ugla ne sme biti veća od  $5'$ .



$$z_1 = 1$$

$$z_2 = 40$$

$$z_3 = 21$$

$$z_4 = 70$$

$$z_5 = 25$$

$$m_z = 2 \text{ mm}$$

$$h = 8 \text{ mm}$$

Podaci:

$$n_{em} = 1400 \text{ } \%/\text{min}$$

Glavno kretanje:

$$k_{\min} = 0,025$$

$$k_{\max} = 1,268$$

Pomoćno kretanje:

$$k_{\min} = 0,067$$

$$k_{\max} = 1,067$$

(komentar)

Potrebna kretanja pri izradi konusa na strugu su:

- glavno kretanje: obrtanje obratka (u zadatku se ne traži njegovo razmatranje)
- pomoćno kretanje: pomak vrha alata pod uglom  $\alpha$  u odnosu na osu obratka (osu glavnog vretena), tj. uzdužnu osu (z-osu). Ovo kretanje je rezultanta pomaka  $s_z$  u pravcu uzdužne ose i  $s_x$  u pravcu poprečne ose (x-ose). Ta dva vektora brzine (relativne) su, dakle, pod uglom  $\alpha$ , tj. oni moraju biti u kinematskoj zavisnosti. Ona je obezbećena izmenljivim zupčanicima "a,b" čiji se broj zuba traži ovim zadatkom.

Rešenje, prema tome, predstavlja određivanje brojeva zuba zupčanika "a" i zupčanika "b", pri kojima će se rezultujuće kretanje vrha alata ostvariti pod uglom  $\alpha$  koji je jednak  $\frac{1}{2}$  ugla vrha konusa (konus je rotaciona površina).

Obzirom da je pri toj proceduri moguća greška u odnosu na teorijsku vrednost, pitanje je tačnosti kojom treba izvesti proračun. Imajući u vidu da će greška pri određivanju brojeva

zuba zupčanika "a" i "b" dovesti do narušavanja sinhronizacije kretanja po x i z osi, konačna posledica će biti izrada konusa sa uglom vrha koji odstupa od zadate vrednosti. Pošto je dozvoljeno odstupanje definisano zadatkom, svako rešenje koje obezbećuje ugao vrha konusa unutar dopuštenog opsega je ispravno. Pri tome treba imati u vidu da nije zadata garnitura raspoloživih izmenljivih zupčanika, pa se broj zuba zupčanika može proizvoljno birati, vodeći računa o opštim napomenama pri takvom proračunu, datim u uvodnom delu.

(Rešenje)

- pomoćno kretanje  $s_z$

$$s_z = n_{z_5} \cdot D_{0z_5} \cdot \pi ; \quad n_{z_5} = n \cdot k_{si} \cdot \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{z_3}{z_4} ; \quad D_{0z} = m_z \cdot z$$

$$s_z = n \cdot k_{si} \cdot \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{z_3}{z_4} \cdot m_z \cdot z_5 \cdot \pi \quad [mm/o] \Rightarrow [mm/o]_{\text{obrtu glavnog vretena}} ; \quad n=1$$

$$s_z = k_{si} \cdot \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{z_3}{z_4} \cdot m_z \cdot z_5 \cdot \pi$$

Izborom prenosnog faktora  $k_{si}$  moguća je promena ovog – uzdužnog pomaka. U ovom zadatku se to ne traži, ali se napominje da je uz zadate vrednosti  $k_{smin}=0,067$  i  $k_{smax}=1,067$  opseg tih pomaka:

$$s_z = (0,067 \div 1,067) \cdot \frac{1}{40} \cdot \frac{21}{70} \cdot 2 \cdot 25 \cdot \pi \approx 0,08 \div 1,26 \quad [mm/o]$$

Reč je, dakle, o strugu koji obezbećuje kvalitet obrađene površine od fine do grube.

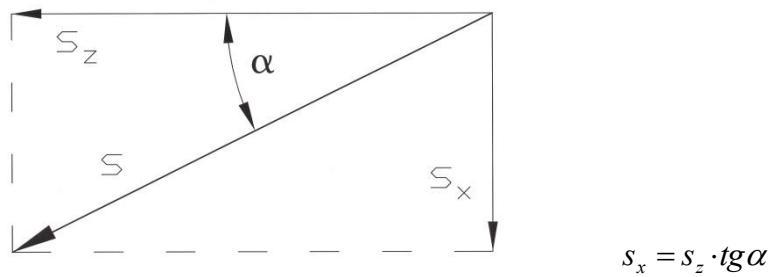
- pomoćno kretanje  $s_x$

$$s_x = n_v \cdot h ; \quad n_v = n \cdot k_{si} \cdot \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{a}{b}$$

$$s_x = n \cdot k_{si} \cdot \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{a}{b} \cdot h \quad [mm/o] \Rightarrow [mm/o]_{\text{obrtu glavnog vretena}} ; \quad n=1$$

$$s_x = k_{si} \cdot \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{a}{b} \cdot h$$

U ovom izrazu treba odrediti a/b, a da bi to moglo biti urađeno svi drugi parametri moraju biti poznati, što je ovde slučaj, imajući u vidu i da je:



Sledi dakle:

$$s_x = s_z \cdot \tan \alpha = k_{si} \cdot \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{a}{b} \cdot h = k_{si} \cdot \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{z_3}{z_4} \cdot m_z \cdot z_5 \cdot \pi \cdot \tan \alpha$$

$$\frac{a}{b} = \frac{z_3}{z_4} \cdot \frac{m_z \cdot z_5 \cdot \pi}{h} \cdot \tan \alpha = \frac{21}{70} \cdot \frac{2 \cdot 25 \cdot \pi}{8} \cdot \tan \alpha$$

$$\frac{a}{b} = 5,89049 \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

(obzirom da je reč o tačnosti definisanoj zadatom tolerancijom, propracun se izvodi sa tačnošću do 4-5 decimala – u ovom slučaju: 5)

Za  $\alpha = (5 \div 30)^\circ$  (Ovde je reč o polovini ugla vrha konusa, koji je zadat:  
 $(10 \div 60)^\circ = 2\alpha$ )

$$\frac{a}{b} = 5,89049 \cdot (\operatorname{tg} 5^\circ \div \operatorname{tg} 30^\circ) = 5,89049 \cdot (0,08749 \div 0,57735)$$

$$\frac{a}{b} = 0,51536 \div 3,40087$$

Za ova dva slučaja treba odrediti brojeve zuba zupčanika a/b:

- u prvom slučaju je:

$$\frac{a}{b} = 0,51536 \quad \text{tj.} \quad b = \frac{a}{0,51536}$$

a to znači da su moguća rešenja:

Red.br.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	20	21	22	23	24	25	26	27	28
b	38,81	40,74	42,69	44,63	46,59	48,51	50,45	52,39	54,33
Red.br.	10	11	12	13	14	15	16	17	18
a	29	30	31	32	33	34	35	36	37
b	56,27	58,21	60,15	62,09	64,03	65,97	67,91	69,85	71,79
Red.br.	19	20	21	22	23	24	25	26	27
a	38	39	40	41	42	43	44	45	46
b	73,73	75,67	77,62	79,56	81,50	83,44	85,38	87,32	89,26
Red.br.	28	29	30	31	32	33			
a	47	48	49	50	51	52			
b	91,20	93,14	95,08	97,02	98,96	100,9			

Skup mogućih rešenja obuhvata brojeve zuba zupčanika "a" i "b" u opsegu 20÷100, što je, obzirom da garnitura raspoloživih izmenljivih zupčanika nije definisana zadatkom, u skladu sa opštim uvodnim napomenama.

Sad je aktuelno pitanje koje od moguća 33 rešenja izabrati. Napominje se još jednom da ako je zadata garnitura izmenljivih zupčanika rešenje treba tražiti isključivo u okviru tih brojeva zuba. No, obzirom da to ovde nije slučaj, treba težiti rešenju sa što je moguće manjim brojem zuba zupčanika "a" i "b", naravno, uz neophodan uslov tačnosti.

Zato se, u prvom pokušaju, usvaja prvo moguće rešenje:  $a = 20, b = 39$ , uz proveru tačnosti:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{5,89049} \Rightarrow \alpha = \operatorname{arctg} \left( \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{5,89049} \right)$$

$$\text{odnosno: } 2\alpha = 2 \operatorname{arctg} \left( \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{5,89049} \right)$$

Za konkretan slučaj je:

$$2\alpha = 2 \operatorname{arctg} \left( \frac{20}{39} \cdot \frac{1}{5,89049} \right) = 9,9511^\circ$$

$$2\alpha = 9^\circ 57' 4''$$

a to znači da će zahtevani ugao vrha konusa biti manji za  $2'56''$ , i pošto je to u dozvoljenim granicama (zadato da greška bude manja od  $5'$ ), rešenje zadovoljava.

Prema istoj proceduri se određuju brojevi zuba zupčanika "a" i "b" za slučaj drugog graničnog ugla vrha konusa  $2\alpha = 60^{\circ \pm 5'}$ .

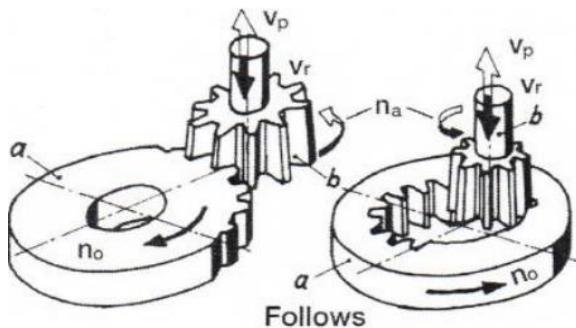
Jedno od mogućih rešenja je:  $a = 68$ ,  $b = 20$ , pri čemu je:

$$2\alpha = 2 \operatorname{arctg} \left( \frac{68}{20} \cdot \frac{1}{5,89049} \right) = 59,9872^\circ = 59^\circ 59' 14''$$

a to znači, ispravno rešenje obzirom da će ugao vrha konusa biti manji za  $46''$

### 3 Izrada zupčanika na rendisaljkama tipa Felouz (Follows)

Izrada zupčanika na rendisaljkama tipa Felouz je jedna od metoda koja je bazirana na relativnom kotrljanju, a koja kao alat koristi kružni zupčasti nož koji predstavlja višeprofilni alat u vidu zupčanika. Za razliku od Mag metoda ovim tipovima rendisaljke se pored zupčanika sa spoljašnjim ozubljenjem, mogu izračivati i cilindrični zupčanici sa unutrašnjim ozubljenjem (slika 4).



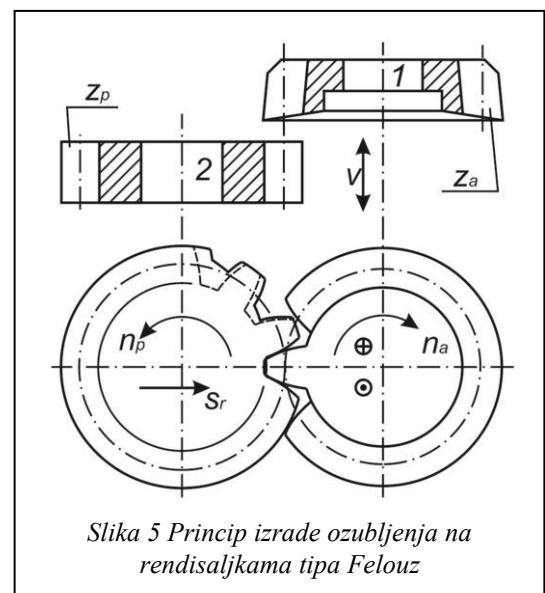
Slika 4 Izrada zupčanika sa spoljašnjim i unutrašnjim ozubljenjem

Na slici 5 je šematski prikazan princip izrade spoljašnjeg ozubljenja na rendisaljkama tipa Felouz. Alat (1) izvodi glavno pravolinjsko kretanje u vertikalnom pravcu uz istovremeno pomoćno obrtno kretanje. Radni predmet (2) izvodi takoče pomoćno obrtno kretanje i ova dva kretanja, koja se izvode kontinualno, ostavajući relativno kotrljanje između alata i radnog predmeta.

Radni hod se obavlja obično pri kretanju alata na dole, a u početku rada primiče se radni predmet radijalno prema alatu do određene dubine uz istovremeno vertikalno kretanje alata i uz relativno kotrljanje. Ovo radijalno primicanje radnog predmeta može biti izvedeno do pune dubine ili samo do izvesne dubine, u zavisnosti od toga da li je predviđena samo gruba obrada ili i završna.

Pošto je u toku primicanja radnog premeta već ostalo obrtanje alata i radnog predmeta za nekoliko zubaca, to će ovi zubi biti izračuni sa nepotpuni profilom, tako da je za izradu jednog zupčanika potrebno nešto više od jednog obrta radnog predmeta, da bi se i ovi zubi završili ili nešto više od dva ili tri obrta (za slučaj grube i završne obrade). Radijalno primicanje radnog predmeta reguliše se pomoću jedne promenljive bregaste ploče (sa jednim, dva ili tri brega) koja po završenoj obradi dejstvom odgovarajućeg mehanizma automatski zaustavlja mašinu. Da se obraćena površina zuba ne bi oštetila pri povrtanom hodu alata, odmiće se radni predmet od alata pre početka povratnog hoda da bi se po završenom povratnom hodu opet vratio u svoj početni položaj.

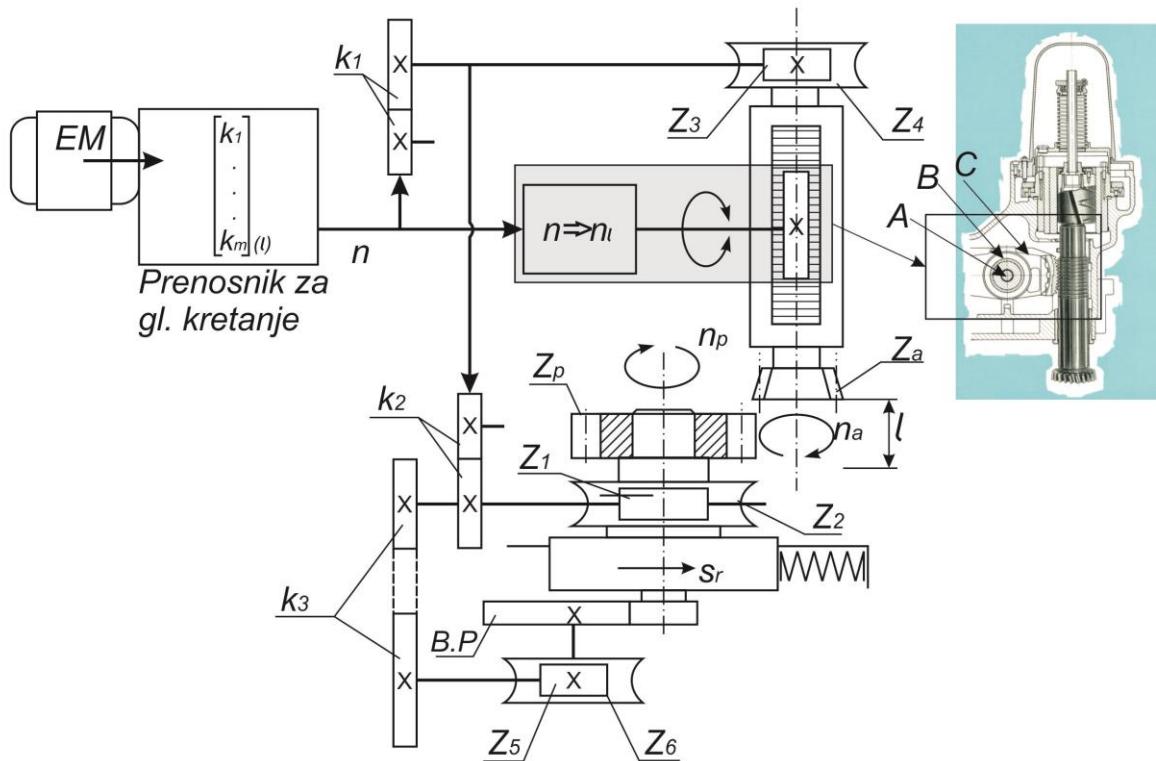
Pored glavnog kretanja alata pri radnom hodu na dole, ponekad se radni hod obavlja i na gore, pogotovo kod većih zupčanika, pri čemu je rezanje mirnije i kvalitet obraćene površine je bolji, a postojanost alata veća.



Slika 5 Princip izrade ozubljenja na rendisaljkama tipa Felouz

### A) Glavno kretanje – Pravolinijsko kretanje alata

Kinematska šema rendisaljke tipa Felouz prikazana je na slici 6. Glavno kretanje se ostvaruje prenosom sa elektromotora preko prenosnika za glavno kretanje na vratilo krivajnog mehanizma (A) na kome se nalazi disk (B) sa ekscentrično postavljenom polugom (C), tako da disk zajedno sa polugom čine prosti krivajni mehanizam. Pretvaranje obrtnog u pravolinijsko kretanje alata se vrši krivajnim mehanizmom i zupčanikom sa zupčastvom letvom (D).



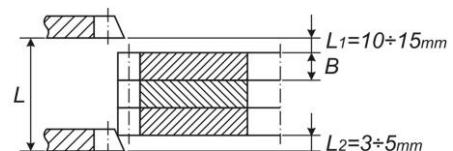
Slika 6 Kinematska šema rendisaljke tipa Felouz

Kinematski lanac za definisanje glavnog kretanja, odnosno, brzine rezanja prema slici 6 glasi:

$$v = 2 \cdot L \cdot n_L; \quad n_L = n; \quad v = 2 \cdot L \cdot n,$$

odnosno,

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix} = 2L \cdot n_{em} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_m \end{bmatrix}_L; \quad [m/min]$$



Slika 7 Definisanje dužine hoda alata

Dužina hoda alata prema slici 7 zavisi od širine zupčanika ( $B$ ) (radnog predmeta), broja zupčanika koji se istovremeno izračuju ( $i$ ) i potrebnih dodatka za ulaz i izlaz alat iz radnog predmeta ( $L_1$ ) i ( $L_2$ ) i definisana je kao:

$$L = L_1 + i \cdot B + L_2 \leq L_{\max}; \quad L_{\max} = 2 \cdot r$$

Maksimalna dužina hoda alata  $L_{\max}$  je geometrijska karakteristika mašine i zavisi od poluprečnika krivave ( $r$ ). Maksimalni broj zupčanika koji se istovremeno mogu obraćavati ovom metodom je:

$$i \leq \frac{L_{\max} - (L_1 + L_2)}{B}$$

**B) Pomoćno kretanje – tangencijalni pomak (obrtanje alata)- Prva komponenta relativnog kotrljanja**

Obртно kretanje alata mora biti u zavisnosti sa obrtanjem vratila krivajnog mehanizma. Prema tome, obrtanje alata se dobija sa vratila krivajnog mehanizma preko grupe izmenljivih zupčanika  $k_1$ , puža i pužnog točka ( $z_3$  i  $z_4$ ) (slika 6). Brzina pomoćnog kretanja predstavlja dužinu onog luka merenog po podeonom krugu alata za koju se alat okreće pri jednom dvostrukom hodu.

$$\hat{l} = s_t = D_{0a} \cdot \pi \cdot n_a; \quad n_a = \frac{s_t}{D_{0a} \cdot \pi}$$

Kinematski lanac, koji povezuje pravolinijsko kretanje alata i obrtanje alata ( $n_a$ ) prema slici 6 glasi:

$$n_a = n \cdot k_1 \cdot \frac{z_3}{z_4}; \text{ odnosno } \frac{s_t}{D_{0a}\pi} = 1 \cdot k_1 \cdot \frac{z_3}{z_4}$$

Tangencijalni pomak se kao i kod Mag metode kreće od 0,1 do 0,35 [mm/dh], pri čemu se veće vrednosti odnose na grubu obradu. Grupa izmenljivih zupčanika  $k_1$  služi za regulisanje veličine pomoćnog kretanja alata pri relativnom kotrljanju koje odgovara jednom duplom hodu. Izmenljivi zupčanici u ovom kinematskom lancu se određuju kao:

$$k_1 = \frac{a_1}{b_1} = \frac{s_t}{D_{0a}\pi} \cdot \frac{z_3}{z_4}$$

**C) Pomoćno kretanje –obrtanje radnog predmeta- Druga komponenta relativnog kotrljanja**

Radi ostvarenja relativnog kotrljanja između alata i radnog predmeta njihova obrtna kretanja moraju biti povezana. Obртno kretanje radnog predmeta se dobija prenosom sa puža i pužnog točka ( $z_1$  i  $z_2$ ), preko grupe izmenljivih zupčanika  $k_2$  i pužnog prenosnika ( $z_3$  i  $z_4$ ) (slika 6). Prema slici 6 kinematski lanac, koji povezuje obrtanje alata ( $n_a$ ) i obrtanje radnog predmeta ( $n_p$ ) prema slici 6 glasi:

$$n_p = n_a \cdot \frac{z_4}{z_3} \cdot k_2 \cdot \frac{z_1}{z_2}; \quad \frac{n_p}{n_a} = \frac{z_a}{z_p}$$

odnosno,

$$\frac{z_a}{z_p} = \frac{z_4}{z_3} \cdot k_2 \cdot \frac{z_1}{z_2};$$

Grupa izmenljivih zupčanika  $k_2$  reguliše broj obrta radnog predmeta za jedan obrt alata s obzirom na njihove brojeve zuba, pa određivanje ove grupe izmenljivih zupčanika zahteva absolutnu tačnost. Iz prethodne relacije je:

$$k_2 = \frac{a_2}{b_2} = \frac{z_a}{z_p} \cdot \frac{z_3}{z_4} \cdot \frac{z_2}{z_1};$$

**D) Pomoćno kretanje –obrtanje bregaste ploče- Radijalno primicanje radnog predmeta**

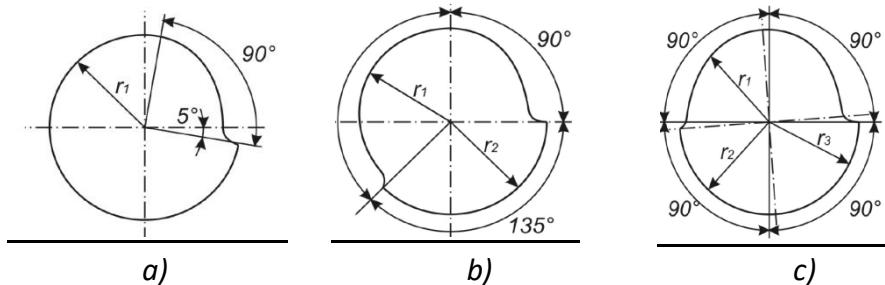
Sa vratila pužnog prenosnika ( $z_1$  i  $z_2$ ) odvodi se kretanje preko grupe izmenljivih zupčanika  $k_3$  i pužnog prenosnika ( $z_5$  i  $z_6$ ) na bregastu ploču (B.P.) (slika 6) koja vrši primicanje, odnosno, odmicanje radnog predmeta od alata. Kinematski lanac za ovo kretanje prema slici 6 glasi:

$$n_{bp} = n_p \cdot \frac{z_2}{z_1} \cdot k_3 \cdot \frac{z_5}{z_6};$$

Grupa izmenljivih zupčanika  $k_3$  zajedno sa bregastom pločom služi za regulisanje radijalanog primicanja radnog predmeta, odnosno, obezbeđuju izradu pune dubine boka zuba zupčanika, pa je za njihovo određivanje potrebna visoka tačnost. Iz prethodne relacije je:

$$k_3 = \frac{a_3}{b_3} = \frac{n_{bp}}{n_p} \cdot \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{z_6}{z_5};$$

Prenosni odnos između obrtanja bregaste ploče ( $n_{bp}$ ) i obrtanja radnog predmeta ( $n_p$ ) zavisi od broja bregova na bregastoj ploči (slika 8).



Slika 8 Bregasta plača sa: a) jednim, b) dva, c) tri brega

#### Bregasta ploča sa jednim bregom

Ukoliko bregasta ploča ima jedan breg, znači da se zupčanik (radni predmet) obraćuje u jednom prolazu. Prema tome, sa slike 8a prenosni odnos između bregaste ploče i radnog predmeta biće:

$$\frac{n_{bp}}{n_p} = \frac{270^\circ}{360^\circ + (3^\circ \div 5^\circ)}$$

ili drugim rečima, dok se bregasta ploča obrne za  $270^\circ$ , radni predmet mora da se okrene za  $365^\circ$  da bi se zubi obradili zubi sa nepotpunim profilom kao što je objašnjeno na početku ovog potpoglavlja.

#### Bregasta ploča sa dva brega

U ovom slučaju reč je o dva prolaza, odnosno prema slici 8b dok se bregasta ploča obrne za  $135^\circ$ , radni predmet mora da se okrene za  $365^\circ$  da bi se napravio jedan prolaz.

$$\frac{n_{bp}}{n_p} = \frac{135^\circ}{360^\circ + (3^\circ \div 5^\circ)}$$

#### Bregasta ploča sa tri brega

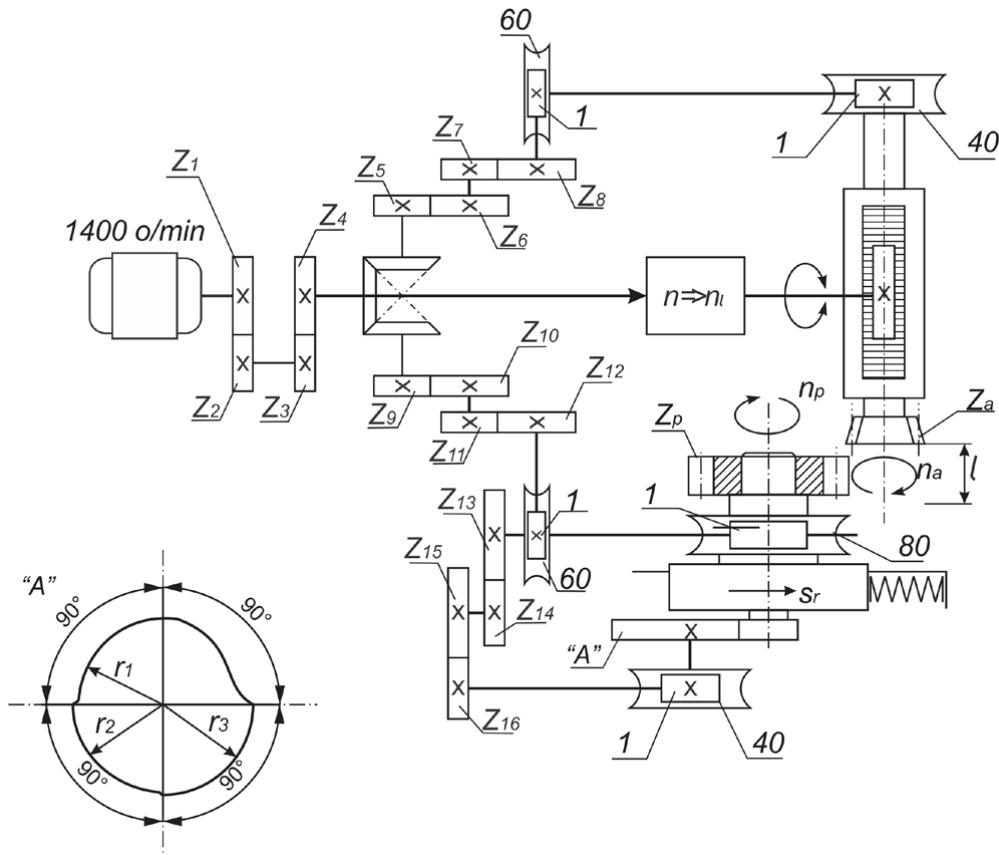
Bregasta ploča sa tri brega se obično koristi u slučajevima kada se zahteva visok kvalitet obraćene površine, jer se obrada odvija u tri prolaza. Prema slici 8c prenosni odnos će biti:

$$\frac{n_{bp}}{n_p} = \frac{90^\circ}{360^\circ + (3^\circ \div 5^\circ)}$$

**Primer FELOUZ metoda:** Na rendisaljki za ozubljenje, kinematske strukture prema dajoj skici, treba izraditi cilindrični zupčanik visokog kvaliteta obrađene površine širine 25mm od čelika, sa 33 prava zuba modula 2mm, odgovarajućim alatom sa 30 zuba. Ostali potrebni podaci su dati na priloženoj kinematskoj šemi.

Potrebno je:

a) Odrediti brojeve zuba svih potrebnih izmenljivih zupčanika iz garniture  $Z=20 - 100$ .



Slika 9 Principijena kinematska šema rendisaljke tipa FELOUZ

**Rešenje:**

Pri izradi zupčanika sa pravim zubima na rendisaljci tipa Felouz potrebna kretanja su:

- Glavno kretanje  $v$  – pravolinijsko vertikalno kretanje alata
- Tangencijlani pomak  $s_t$  (obrtanje alata) –, tj. pomoćno kretanje što ujedno prestavlja prvu komponenetu relativnog kotrljanja.
- Obrtanje radnog predmeta  $n_p$  – pomoćno kretanje, što je druga komponeneta relativnog kotrljanja
- Pomoćno kretanje-obrtanje bregaste ploče  $n_{bp}$  – radijalno primicanje radnog predmeta ka alatu

#### a) Glavno kretanje – Pravolinijsko kretanje alata

$$v = 2 \cdot L \cdot n \Rightarrow v = 2 \cdot L \cdot k_1$$

Brzina rezanja za čelik se kreće u granicama od 12 do 20 m/min. Usvojena bruna rezanja iznosi  $v = 15$  m/min. Pošto se izračuje jedan zupčanik, dužina hoda alata je.

$$L_{\max} = 1 \cdot 25 + 10 + 5 = 40 \text{ [mm]} = 0,04 \text{ [m]}$$

pa će prenosni faktori izmenljivih zupčanika koji regulišu brzinu rezanja biti:

$$k_1 = \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{z_3}{z_4} = \frac{v}{2 \cdot L \cdot n_{em}} = \frac{15}{2 \cdot 0,04 \cdot 1440} = 0,1302 = k_{teor.}$$

Pošto, u prethodnoj relaciji imamo četiri nepoznata zupčanika, prvo se usvaka prenosni faktor za jednu grupu zupčanika kao:

$\frac{z_1}{z_2} = \frac{1}{3}$ , pa će onda  $\frac{z_3}{z_4} = 3 \cdot 0,1302 = 0,3906$ , zupčanici  $z_3$  i  $z_4$  se dobijaju iterativnim postupkom kao:

$$\frac{z_3}{z_4} = 0,3906, \text{ odnosno, } z_4 = \frac{z_3}{0,3906}$$

$z_3$	20	21	22	23
$z_4$	51,2	53,7	56,3	58,9

Pošto ovo kretanje zahteva solidnu tačnost ( $<10\%$ ) usvaja se da je:

$$\frac{z_3}{z_4} = \frac{23}{59}, \text{ odnosno, } \frac{z_1}{z_2} = \frac{1}{3} = \frac{25}{75}$$

$$k_1 = \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{z_3}{z_4} = \frac{25}{75} \cdot \frac{23}{59} = 0,1299 = k_{stv.}$$

Provera:

$$\Delta = \frac{k_s - k_t}{k_s} \cdot 100\% = \left| \frac{0,1299 - 0,1302}{0,1299} \right| \cdot 100\% = 0,23\% < 10\%$$

### b) Pomoćno kretanje – tangencijalni pomak (obrtanje alata)

Obrtanje alata se povezuje sa obrtanjem vratila krivajnog mehanizma, pa će prema datoj kinematskoj šemi biti.

$$n_a = n \cdot k_2 \cdot \frac{1}{60} \cdot \frac{1}{40};$$

$$\text{S druge strane je: } n_a = \frac{s_t}{D_{0a} \cdot \pi}$$

Grupa izmenljivih zupčanika  $k_2$  treba odrediti tako da omogući veličinu pomoćnog kretanja alata  $s_t = 0,1 \text{ mm/dh}$ , zbog toga što se traži visok kvalitet obraćene površine.

Iz prethodne dve relacije se dobija:

$$k_2 = \frac{z_5}{z_6} \cdot \frac{z_7}{z_8} = \frac{0,1}{2 \cdot 30 \cdot \pi} \cdot 60 \cdot 40 = 1,2738 = k_{teor.}$$

Ako se usvoji da je  $z_5/z_6 = 2$ , onda je  $z_7/z_8 = 1,2738/2 = 0,6369$ , pa će  $z_8 = \frac{z_7}{0,6369}$

$z_7$	20	21	22	24
$z_8$	31,4	32,9	34,5	37,6

Ovo kretanje zahteva solidnu tačnost ( $<10\%$ ) pa se usvaja da je:

$$\frac{z_7}{z_8} = \frac{21}{33}, \text{ odnosno, } \frac{z_5}{z_6} = 2 = \frac{44}{22}$$

$$k_2 = \frac{z_5}{z_6} \cdot \frac{z_7}{z_8} = \frac{21}{33} \cdot \frac{44}{22} = 1,2727 = k_{stv.}$$

Provera:

$$\Delta = \frac{k_s - k_t}{k_s} \cdot 100\% = \left| \frac{1,2727 - 1,2738}{1,2727} \right| \cdot 100\% = 0,08\% \ll 10\%$$

**c) Pomoćno kretanje –obrtanje radnog predmeta**

Obrtno kretanje radnog predmeta je povezano sa obrtanjem alata, pa je prema zadatoj kinematskoj šemi:

$$n_p = n_a \cdot \frac{40}{1} \cdot \frac{60}{1} \cdot \frac{z_8}{z_7} \cdot \frac{z_6}{z_5} \cdot k_3 \cdot \frac{1}{60} \cdot \frac{1}{80}; \quad \frac{n_p}{n_a} = \frac{z_a}{z_p} = \frac{30}{33}$$

Pošto ovaj kinematski lanac obezbeđuje da se dobije tačan broj zuba, onda izmenljive zupčanike treba odrediti sa absolutnom tačnošću. nakon srećivanja i zamene vrednosti u prethodnu relaciju dobija se.

$k_3 = \frac{z_9}{z_{10}} \cdot \frac{z_{11}}{z_{12}} = \frac{30}{33} \cdot \frac{21}{33} \cdot \frac{44}{22} \cdot 2$ , proširivanje i skraćivanje razlomaka dobijaju se potrebni zupčanici kao:

$$k_3 = \frac{z_9}{z_{10}} \cdot \frac{z_{11}}{z_{12}} = \frac{30}{33} \cdot \frac{7 \cdot 4 \cdot 2}{22} = \frac{30}{33} \cdot \frac{56}{22}$$

Pošto u garnituri postoji samo po jedan zupčanik, a zupčanici  $z_{10}$  i  $z_{12}$  su isti kao i zupčanici  $z_8$  i  $z_6$ , mora se izvršiti korekcija na nekim od njih. Zabog absolutne tačnosti za  $z_{11}/z_{12}$  i  $z_9/z_{10}$ , najbolje je korigovati zupčanike  $z_5/z_6$  i  $z_7/z_8$  jer zahtevaju solidnu tačnost.

Usvaja se

$$k_2 = \frac{z_5}{z_6} \cdot \frac{z_7}{z_8} = \frac{20}{31} \cdot \frac{52}{26} = 1,2903 = k_{stv.}$$

Provera:

$$\Delta = \frac{k_s - k_t}{k_s} \cdot 100\% = \left| \frac{1,2903 - 1,2738}{1,2903} \right| \cdot 100\% = 1,28\% < 10\%, \text{ pa novo izabrani zupčanici odgovaraju zahtevu tačnosti za potrebni kinematski lanac.}$$

**d) Pomoćno kretanje –obrtanje bregaste ploče**

Obrtanje bregaste ploče mora biti sihronizovana sa obrtanjem radnog predmeta, kako bi se obezbedilo radikalno primizanje radnog predmeta, odnosno izrada pune dubine profila zubaca zupčanika. Prema priloženoj kinematskoj šemi je:

$$n_{bp} = n_p \cdot \frac{80}{1} \cdot k_4 \cdot \frac{1}{40}; \text{ odnosno,}$$

$$k_4 = \frac{z_{13}}{z_{14}} \cdot \frac{z_{15}}{z_{16}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{n_{bp}}{n_p}$$

Pošto se traži visok kvalitet obrađene površine, zupčanik će se izrađivati u tri prolaza, pa se usvaja bregasta ploča sa tri brega. Uzimajući u obzir relaciju (93), prethodna relacije će biti:

$$k_4 = \frac{z_{13}}{z_{14}} \cdot \frac{z_{15}}{z_{16}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{90}{365} = 0,1232 = k_{teor.}$$

Analogno prethodnim slučajevima:

$$\frac{z_{13}}{z_{14}} = \frac{1}{3}, \quad \frac{z_{15}}{z_{16}} = 3 \cdot 0,1232 = 0,3698$$

Jedno od mogućih rešenja je  $z_{15}/z_{16} = 36/100$ , ali se zbog potrebe za visokom tačnošću rešenje mora proveriti.

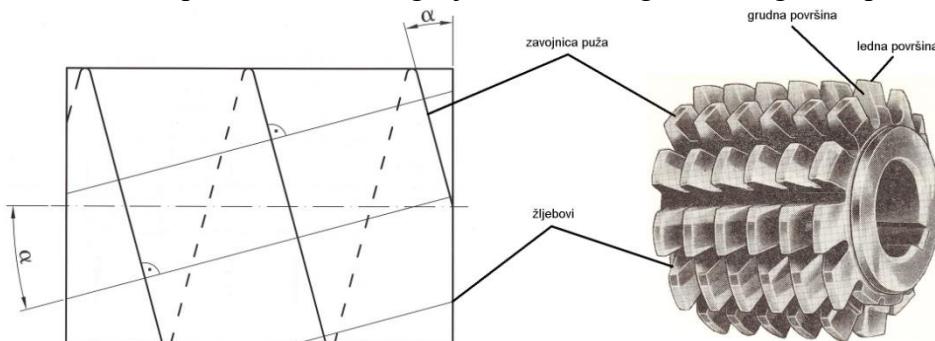
$$\frac{z_{13}}{z_{14}} \cdot \frac{z_{15}}{z_{16}} = \frac{24}{72} \cdot \frac{37}{100} = 0,1233 = k_{stv.}$$

Provera:

$$\Delta = \frac{k_s - k_t}{k_s} \cdot 100\% = \left| \frac{0,1233 - 0,1232}{0,1233} \right| \cdot 100\% = 0,08\% < 1\%$$

#### 4 Izrada zupčanika na glodalici tipa Pfauter

Izrada zupčanika glodanjem po principu relativnog kotrljanja ostvaruje se na specijalnoj glodalici tipa PFAUTER. Alat je u ovom slučaju oblika puža, čija je osnovna geometrija zavojnica na plaštu cilindra. Obzirom da takav oblik nema reznu geometriju, ova zavojnica je izpresecana žljebovima (pod pravim uglom). Na taj način su stvoreni zubi alata sa svojom grudnom površinom. Zavojnica puža sada predstavlja lećnu površinu zuba. Da bi se i posle oštrenja alata po grudnoj površini sačuvao profil zavojnice, lećna površina je oblikovana u Arhimedovu spiralu lećnim struganjem. Skica i izgled takvog alata prikazani su na slici 10.



Slika 10 Pužno (odvalno) glodalo

Osnovni parametri puža, tj. alata su:

- ugao zavojnice:  $\alpha$  (što je ujedno i ugao žljebova, koji su takođe zavojni)
- broj početaka zavojnice:  $i$
- smer zavojnice: Desni (D), ili Levi (L)
- profil zavojnice: u zavisnosti od profila ozubljenja.

Alat prema svojoj geometriji, predstavlja glodalo i naziva se pužno, ili pužasto, odnosno ODVALNO glodalo, a mašina ODVALNA GLODALICA.

Kod ovih mašina alatki se pored **glavnog obrtnog kretanja koje izvodi alat**, u zavisnosti od obrade javlja više pomoćnih kretanja. Raspoloživa kretanja na mašinama koje rade po metodi PFAUTER su (slika 11):

- **Glavno kretanje** – obrtanjem alata ( $n_a$ ) se obezbećuje brzina rezanja "v" na prečniku Da, tj.  $n_a = v/(\pi D_a)$  Potrebne brzine rezanja u zavisnosti od materijala su prikazane u tabeli T1

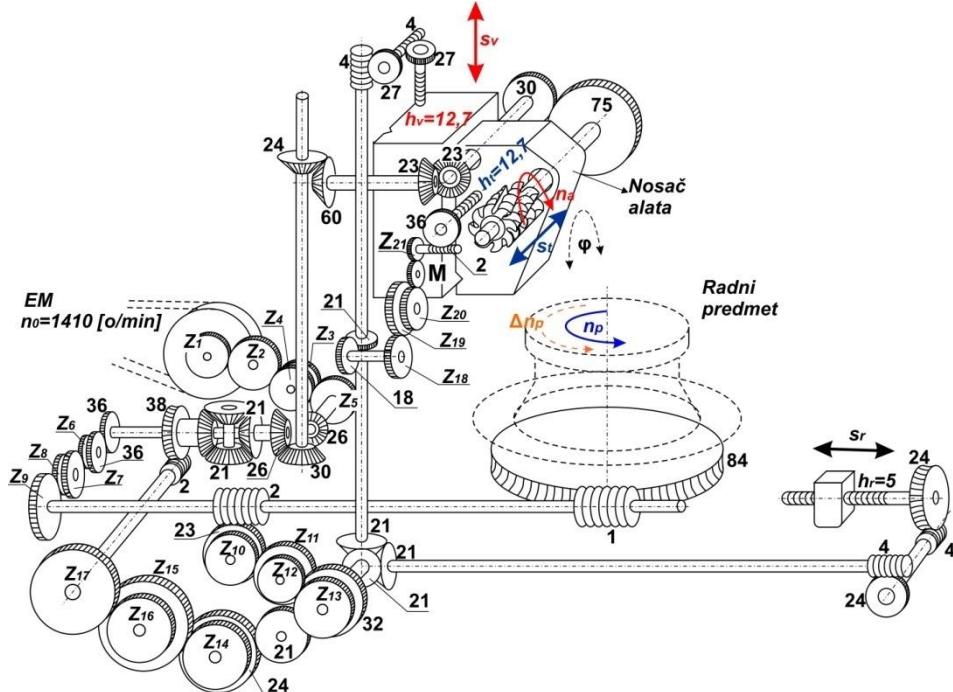
Tabela 1 Brzine rezanja pri izradi izubljenja po metodi Pfauter

Materijal obratka	Brzina rezanja [m/min]
Čelik $\sigma_M < 600 \text{ MPa}$	25 - 40
Čelik $\sigma_M > 600 \text{ MPa}$	20 - 30
SL	16 - 21
Bronza	25 - 50

#### Pomoćna kretanja

- **Obrtanjem predmeta ( $n_p$ )** – se obezbećuje relativno kotrljanje sa alatom, a dopunskim obrtanjem ( $\Delta n_p$ ) se ono, u slučaju potrebe, koriguje.
- **Vertikalni pomak ( $s_v$ )** – obezbećuje se osnovnim klizačem preko zavojnog vretena koraka  $h_v$ . Na njemu je još jedan klizač (poprečni klizač) koji se može zakretati za ugao  $\phi$  (ugao naginjanja alata). **Vertikalni pomak se kreće od 0,5 do 4 [mm/o]**

- Tangencijalni pomak ( $s_t$ ) – ("tangencijalni" se zove zato što pri uglu  $\varphi = 0$  obezbeđuje kretanje u pravcu tangente na radni predmet). Ovaj klizač se pokreće zavojnim vretenom koraka  $h_t$ . **Tangencijalni pomak se kreće od 0,2 do 1,8 [mm/o]**
- Radijalni pomak ( $s_r$ ) – obezbeđuje kretanje radnog predmeta u pravcu alata (radijalni pravac u odnosu na obradak) pomoću klizača, čiji je pogon zavojno vreteno koraka  $h_r$ . **Radijalni pomak se kreće od 0,3 do 1,25 [mm/o]**

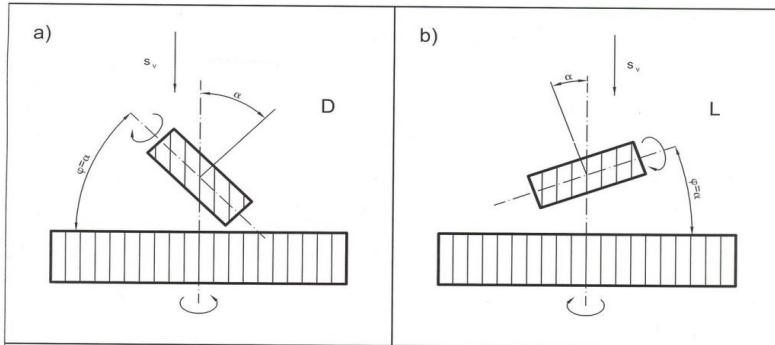


Slika 11 Kinematska struktura glodalice za izradu ozubljenja tipa PFAUTER

Pomoćno obrtno kretanje je strogo zavisno od glavnog, tako da se pogon za ovo kretanje uzima direktno sa glavnog vretna. Obzirom da odnos obrtanja alata (glavno kretanje) i radnog predmeta koji se izražuje zavisi od broja zuba zupčanika i broja početaka zavojnice alata, to se javlja potreba za velikim brojem različitih prenosnih odnosa. Usled toga, prenosnici za pomoćno kretanje treba da obezbede sve prenosne odnose pomoću promenljivih zupčanika. Aksijalno, radijalno pomeranje alata i tangencijalno pomeranje radnog predmeta, koje zavisno od pomoćnog obrtnog kretanja, ostvaruje se preko odgovarajućih prenosnika za pomoćno kretanje i mehanizama za pretvaranje obrtnog u pravolinijsko. Pored toga, za izradu zupčanika sa kosim zubima potreban je i kinematski sistem za ubrzanje ili usporenje obrtanja radnog predmeta u cilju ostvarivanja potrenog ugla nagiba zuba zupčanika koji se izražuje. Ovaj deo prenosnika je rešen sa diferencijalnim prenosnikom a izveden je na principu izmenljivih zupčanika. Pogon za ovo kretanje koje se preko diferencijala predaje odgovarajućem prenosniku za pomoćno kretanje uzima se od pogonskog vratila.

#### 4.1 Izrada zupčanika sa pravim zubima na glodalici tipa Pfauter

Alat izvodi glavno obrtno kretanje uz istovremeno pomoćno pravolinijsko kretanje paralelno osi radnog predmeta. Pri izradi zupčanika sa pravim zubima osa alata je nagnuta u odnosu na ravan podeonog kruga zupčanika za ugao nagiba zavojnice glodala ( $\alpha$ ), da bi se pri vertikalnom kretanju alata pokloplili pravci zavojnice alata i zuba zupčanika. Ako alat ima desnu zavojnicu onda je nagnut za ugao ( $\alpha$ ) prema slici 12a. Za izradu zupčanika sa pravim zubima sa alatom koji ima levu zavojnicu alat je nagnut u odnosu na radni predmet za ugao ( $\alpha$ ) prema slici 12b



Slika 12 Položaj alata u odnosu na radni predmet pri izradi zupčanika sa pravim zubima

Na slici 13 je prikazano nekoliko faza izrade zupčanika sa pravim zubima. Pre početka rada primiče se radni predmet prema alatu za potrebnu dubinu zuba. Zatim počinje vertikalno kretanje alata koji u početnom delu zahvata samo jedan deo širine zuba zupčanika obraćajući po toj širini ceo venac do pune dubine. Pri daljem kretanju alata proširuje se širina venca, dok po napuštanju alata ne bude ceo venac, odnosno zupčanik izračen.

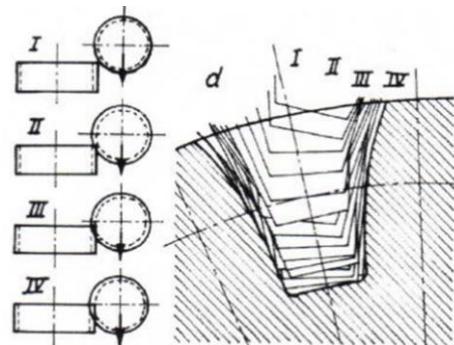
Sam rad alata sa materijalom u pogledu kretanja odgovara radu puža i pužnog točka što zanosi da se pri jednom obrtu radnog predmeta alat mora okrenuti  $Z$  puta, ako je  $Z$  broj zuba zupčanika koji se izračuje, i ako alat ima jednu zavojnicu. Pri izradi zupčanika sa pravim zubima potrebna kretanja su:

- obrtanje alata (glodala)  $n_a$  – , tj. glavno kretanje, što ujedno predstavlja i jednu komponentu relativnog kotrljanja
- obrtanje predmeta  $n_p$  – , tj. pomoćno kretanje, što je druga komponenta relativnog kotrljanja
- vertikalno kretanje – pomak  $s_v$ , tj. pomoćno kretanje da bi se zupčanik obradio po celoj širini.

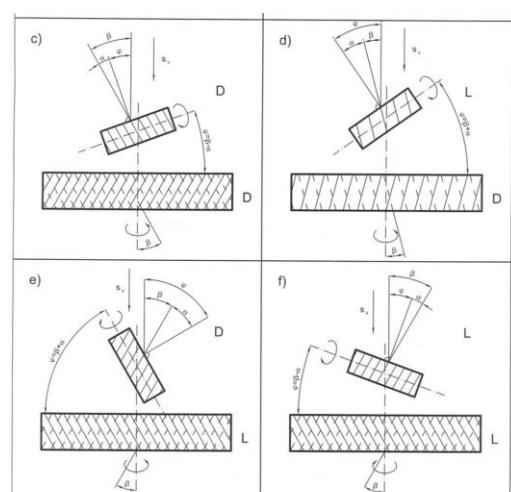
Detaljni kinematski lanci za nabrojana kretanja će biti detaljno prikazani na konkretnom primeru u narednom delu.

#### 4.2 Izrada zupčanika sa kosim zubima na glodalici tipa Pfauter

Postupak izrade kosih zuba se razlikuje od prethodnog po tome što se pri nagibu ose alata uzima u obzir i ugao zuba zupčanika koji se izračuje. Ugao naginjanja ose alata u odnosu na ravan podeonog kruga zupčanika  $\varphi$  – zavisi od ugla zavojnice alata i pravca zuba zupčanika (obzirom da oni mogu biti, osim pravih i sa kosim zubima – pod uglom  $\beta$ ). Na slici 14 je prikazano naginjanje alata smera zavojnice desnog (D) (c i e) i levog (L) (d i f) pri izradi zupčanika sa kosim zubima i to desnog smera (D) (c i d), odnosno levog (L) (e i f). Prema tome, ako je smer zupčanika desni i smer zavojnice desni, kao i u



Slika 13 Princip izrade zupčanika sa pravim zubima na glodalici tipa Pfauter



Slika 14 Položaj alata u odnosu na radni predmet pri izradi zupčanika sa kosim zubima

slučaju da je smer zuba levi i smer zavojnice levi, ugao naginjanja alata je  $\phi = \beta - \alpha$ . U slučajevima pod d) i e) na slici 14 ugao naginjanja alata je  $\phi = \beta + \alpha$ .

Na osnovu prethodno se može zaključiti da je pri istim smerovima potreban manji ugao zakretanja  $\phi$ , nego u slučajevima različitih smerova zuba zupčanika i zavojnice alata.

Proces obrade – rezanja, nesmetano se odvija do ugla naginjanja alata oko  $(22 \div 23)^\circ$ , tako da je u slučaju izrade zupčanika sa kosim zubima, većeg ugla  $\beta$  poželjno, a nekad i neophodno, obradu vršiti alatom istog smera zavojnice kako bi se naginjanje alata što više smanjilo. Osnovni oblik alata je sa desnom zavojnicom, ali zbog pomenutih razloga postoje i sa levom zavojnicom.

Što se tiče broja početaka zavojnice alata ( $i_a$ ), osnovni oblik je jednim početkom. Obzirom da kod istog prečnika alata povećanje broja početaka dovodi do povećanja ugla  $\alpha$  (što povoljno utiče na smanjenje ugla naginjanja alata –  $\phi$  kod istih smerova) postoje i alati sa zavojnicama sa više početaka.

Pri izradi zupčanika sa kosim zubima potrebna kretanja su ista kao i kod zupčanika sa pravim zubima, s tim da usled razlike u kosini zuba ovde je potrebno još i dopunsko obrtanje radnog predmeta. Dopunsko obrtanje potrebno pri izradi zupčanika sa kosim zubima ostavljuje se posredstvom diferencijalnog prenosnika. Normalno se na glodalici izračuju zupčanici po metodi suprtnosmernog glodanja ali se kod novijih mašina pojavljuju i konstrukcije sa mogućnošću istosmernog glodanja.

U narednom delu će biti prikazani kinematski lanci potrebni za izradu cilindričnih zupčanika sa pravim i kosim zubima.

**Primer 1:** Na odvalnoj glodalici priložene kinematske strukture na slici 15 treba izraditi po jedan zupčanik sa pravim i kosim zubima. Na raspolažanju su dva odvalna glodala odgovarajućeg modula.

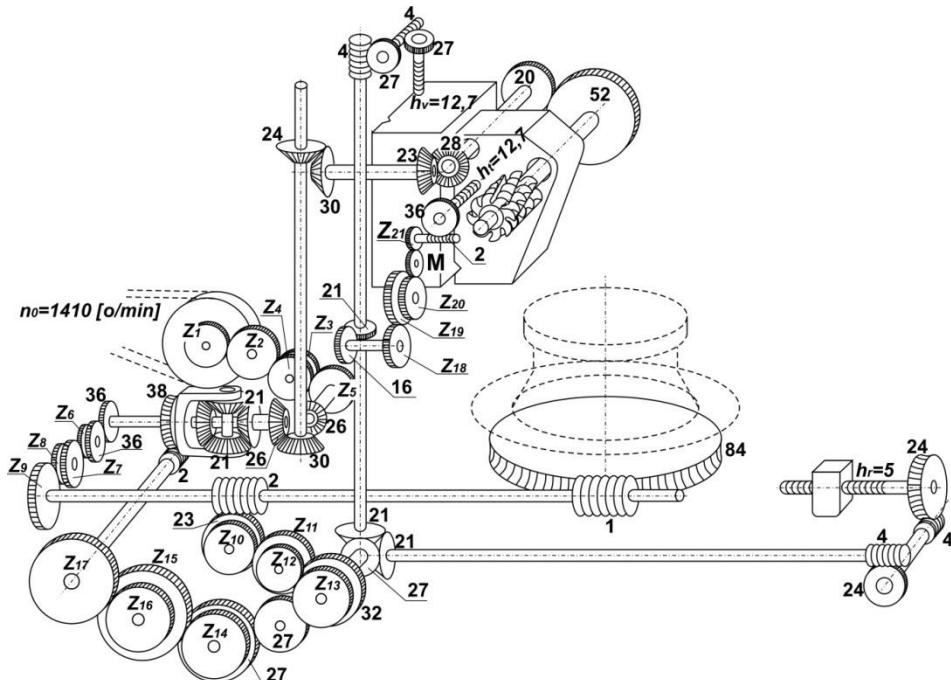
Podaci o zupčanicima	
- normalni modul:	3,5 mm
- ugao nagiba zuba:	$22^\circ$
- smer zavojnice zuba:	desni
- broj zuba:	$z_p = 31$
- širina zupčanika:	25 mm
- materijal:	čelik $\sigma_M > 600$ MPa

Podaci o alatima:	alat I	alat II
- normalni modul:	3,5 mm	3,5 mm
- broj početaka:	2	2
- broj zuba:	15	15
- teorijski prečnik:	95,2 mm	95,2 mm
- smer zavojnice zuba:	levi	desni
- ugao zavojnice	$4,216^\circ$	

Podaci o mašini:	
- najveći vertikalni hod:	600 mm
- najveći tangencijalni hod:	300 mm
- najveći radijalni hod:	300 mm
- ugao zakretanja vretena alata:	$\pm 25^\circ$
- raspoloživi izmenljivi zupčanici:	po jedan komad zupčanika broja zuba od $20 \div 110$

Potrebno je:

- izabrati alat tako da se sa istim alatom mogu izračivati i pravi i kosi zubi.
- odrediti sve potrebne izmenljive zupčanike za izradu zupčanika sa pravim i kosim zubima



Slika 15 Principijelna kinematska šema glodalice tipa Pfauter za primer 1

**Rešenje:**

a) Izbor odgovarajućeg alata

U prvom delu zadatka je potrebno odrediti ugao naginjanja ose alata, na osnovu čega treba izabrati, koji će se alat koristiti pri izradi zahtevanih zupčanika.

Zupčanik/Alat	$\varphi_{\max} = \pm 25^\circ$	$\varphi$
D/L	$\varphi = \beta + \alpha = 22^\circ + 4,216^\circ$	$26,216^\circ$
D/D	$\varphi = \beta - \alpha = 22^\circ - 4,216^\circ$	<b>17,784°</b>

Prema prethodnoj tabeli u slučaju kada koristimo alat sa levom zavoјnicom ugao naginjanja alata iznosi oko  $26^\circ$ , što je veće od maksimalno naginjanja ose vretena koje iznosi  $25^\circ$ . Usled toga se mora za izradu zupčanika sa kosim zubima izabrati alat sa desnom zavoјnicom jer osa naginjanja vretena u tom slučaju iznosi  $17,784^\circ < 25^\circ$ . *U slučaju izrade zupčanika sa pravim zubima osa naginjnaja alata je jednaka ugлу zavoјnice, pa se isti alat može koristiti i za njihovu izradu.*

#### Određivanje potrebnih izmenljivih zupčanika za izradu zupčanika sa pravim zubima

b1) Glavno kretanje ( $n_a$ ) – prva komponenta relativnog kotrljanja

$$n_a = n_0 \cdot k_{uk} = n_0 \cdot \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{z_2}{z_3} \cdot \frac{z_4}{z_5} \cdot \frac{26}{30} \cdot \frac{24}{30} \cdot \frac{23}{28} \cdot \frac{20}{52} \quad (\text{z}_2 \text{ je mečuzupčanik})$$

sa druge strane je:

$$n_a = \frac{v}{D_a \cdot \pi}, \text{ za čelik } \sigma_M > 600 \text{ MPa je } v = 20 - 30 \text{ [m/min]}, \text{ usvajamo: } v = 25 \text{ [m/min]}, \text{ pa je:}$$

$$\frac{v}{D_a \cdot \pi} = n_0 \cdot \frac{z_1}{z_3} \cdot \frac{z_2}{z_5} \cdot \frac{26}{30} \cdot \frac{24}{30} \cdot \frac{23}{28} \cdot \frac{20}{52},$$

Ovde su nepoznati izmenljivi zupčanici  $z_1 \div z_5$ :

$$\frac{z_1}{z_3} \cdot \frac{z_4}{z_5} = \frac{\nu}{D_a \cdot \pi \cdot n_0} \cdot \frac{30}{26} \cdot \frac{30}{24} \cdot \frac{28}{23} \cdot \frac{52}{20} = \frac{25}{95,2 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot 1410} \cdot \frac{30}{26} \cdot \frac{30}{24} \cdot \frac{28}{23} \cdot \frac{52}{20}$$

$$\frac{z_1}{z_3} \cdot \frac{z_4}{z_5} = 0,27064, \text{ (nije potrebna visoka tačnost pri izračunavanju)}$$

usvajamo:  $\frac{z_1}{z_3} = \frac{1}{2} = \frac{20}{40}$  pa je  $\frac{z_4}{z_5} = 2 \cdot 0,27064 = 0,54128$ ,  $z_5 = \frac{z_4}{0,54128}$

	21	22	23	24	25	26	....	45	<b>46</b>
	38,79	40,64	42,49	44,33	46,18	48,03	.....	83,13	<b>84,98</b>

usvajamo:  $\frac{z_4}{z_5} = \frac{46}{85}$ ,

Provera:

$$\frac{z_1}{z_3} \cdot \frac{z_4}{z_5} = \frac{20}{40} \cdot \frac{46}{85} = 0,27058$$

$$\Delta = \frac{0,27058 - 0,27064}{0,27058} \cdot 100\% = 0,02\% \ll 10\%$$

Usvojeni zupčanici su:

$z_1 = 20; z_3 = 40; z_4 = 46; z_5 = 85$
--

b2) Pomoćno kretanje: obrtanje predmeta –  $n_p$

(to je ujedno i druga komponenta relativnog kotrljanja) Obzirom da komponente relativnog kotrljanja moraju biti sinhronizovane, tj. kinematski usklađene, sledi:

$$n_p = n_a \cdot k_{uk}, \text{ tj. } k_{uk} = \frac{n_p}{n_a}$$

Odnos broja obrtaja predmeta i alata jednak je recipročnoj vrednosti njihovih brojeva zuba, tj. broja početaka ako je u pitanju puž – što je ovde slučaj sa alatom.

Dakle:

$$\frac{n_p}{n_a} = \frac{i_a}{z_p}, \text{ pa prema tome sledi:}$$

$$k_{uk} = \frac{n_p}{n_a} = \frac{i_a}{z_p} = \frac{2}{31} = \frac{52}{20} \cdot \frac{28}{23} \cdot \frac{30}{24} \cdot \frac{30}{26} \cdot k_d \cdot \frac{36}{36} \cdot \frac{z_6}{z_7} \cdot \frac{z_8}{z_9} \cdot \frac{1}{84}$$

Izmenljivi zupčanici  $z_6 \div z_9$  moraju se odrediti sa APSOLUTNOM TAČNOŠĆU, obzirom da je ovo kinematski lanac relativnog kotrljanja. Rešenje se u ovakvim slučajevima nalazi skraćivanjem ili proširivanjem razlomaka sve dok se ne dobije proizvod dva količnika brojeva u opsegu 20 ÷ 100. U skladu sa tim je:

$$\frac{z_6}{z_7} \cdot \frac{z_8}{z_9} = \frac{2}{31} \cdot \frac{52}{52} \cdot \frac{28}{28} \cdot \frac{30}{30} \cdot \frac{30}{30} \cdot (-1) \cdot \frac{84}{1}, \text{ (Diferencijal je tipa II za koga je } k_d = -1 \text{ i } k_d' = 2 \text{ )}$$

$$\frac{z_6}{z_7} \cdot \frac{z_8}{z_9} = (-) \frac{23}{5} \cdot \frac{8}{31} = \frac{23}{31} \cdot \left( \frac{8}{5} \right) = \frac{23}{31} \cdot \frac{80}{50}$$

b3) Pomoćno kretanje: vertikalni pomak  $s_v$

Očigledno je da ovo kretanje mora biti u kinematskoj vezi sa obrtanjem predmeta "  $n_p$  " i to baš za slučaj  $n_p = 1$ . Stoga je:

$$s_v = h_v \cdot n_v \quad \left[ \frac{mm}{o} \right] \quad \Rightarrow \quad \left[ \frac{mm}{1 \text{ obrtu predmeta}} \right]$$

$$s_v = h_v \cdot n_p \cdot k_{uk} = h_v \cdot n_p \cdot \frac{84}{1} \cdot \frac{2}{23} \cdot \frac{z_{10}}{z_{11}} \cdot \frac{z_{12}}{z_{13}} \cdot \frac{27}{21} \cdot \frac{4}{27} \cdot \frac{4}{27}$$

za usvojeni pomak  $s_v = 1 \left[ \frac{mm}{o} \right]$  i  $h_v = 12,7 [mm]$  je:

$$\frac{z_{10}}{z_{11}} \cdot \frac{z_{12}}{z_{13}} = \frac{s_v}{h_v} \cdot \frac{1}{84} \cdot \frac{23}{2} \cdot \frac{21}{4} \cdot \frac{27}{4} = \frac{1}{12,7} \cdot \frac{1}{84} \cdot \frac{23}{2} \cdot \frac{21}{4} \cdot \frac{27}{4}$$

$$\frac{z_{10}}{z_{11}} \cdot \frac{z_{12}}{z_{13}} = 0,38201$$

usvajamo:  $\frac{z_{10}}{z_{11}} = \frac{1}{2} = \frac{21}{42}$  pa je  $\frac{z_{12}}{z_{13}} = 2 \cdot 0,38201 = 0,76402 \Rightarrow z_{13} = \frac{z_{12}}{0,76402}$

$z_{12}$	21	22	23	24	25	26	27	28	29
$z_{13}$		28,79		31,41	32,72	34,03	35,33	36,64	37,95

usvajamo:  $\frac{z_{12}}{z_{13}} = \frac{26}{34}$

Provera:

$$\frac{z_{10}}{z_{11}} \cdot \frac{z_{12}}{z_{13}} = \frac{21}{42} \cdot \frac{26}{34} = 0,38235$$

$$\Delta = \frac{0,38235 - 0,38201}{0,38235} \cdot 100\% = 0,08\% \ll 10\%$$

Usvojeni zupčanici su:

$$z_{10} = 21 ; z_{11} = 42 ; z_{12} = 26 ; z_{13} = 34$$

Postavljanjem svih izračunatih zupčanika na odgovarajuća mesta na mašini, a skidanjem svih drugih koji u ovom slučaju ne trebaju ( $z_{14} \div z_{21}$ ) izradiće se predviđeni cilindrični zupčanik sa pravim zubima.

### **Određivanje potrebnih izmenljivih zupčanika za izradu zupčanika sa kosim zubima**

Pri izradi cilindričnih zupčanika sa kosim zubima neophodna su sva tri razmatrana kretanja, a zbog jedine razlike u kosini zuba, potrebno je još i dopunsko obrtanje radnog predmeta.

Potrebna kretanja su, kao i uslučaju izrade zupčanika sa pravim zubima:

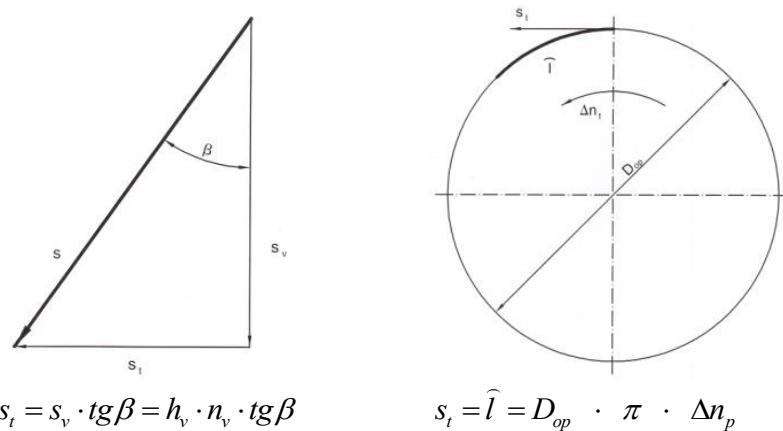
- |                      |   |  |
|----------------------|---|--|
| 1. obrtanje alata    | } | (ova kretanja za istu brzinu rezanja $v=15$ m/min) pri korišenju istog alata i izradu zupčanika sa istim brojem zuba sa istim vertikalnim pomak $s_v=1$ mm/o su ista kao u prethodnom slučaju) |
| 2. obrtanje predmeta |   |  |
| 3. vertikalni pomak  |   |  |

### **4. dopunsko obrtanje predmeta $\Delta n_p$**

Zbog kosih zuba se alat u odnosu na predmet mora kretati ne vertikalno nego koso – pod uglom  $\beta$ . Ovakvo kretanje se kao rezultujuće, ostvaruje pomoću dve komponente:

- vertikalno kretanje  $s_v$
- horizontalno kretanje  $s_t$  koje se naziva i "tangencijalno", jer se poklapa sa pravcem tangente na predmet.

Komponenta  $s_t$  se ne može ostvariti kretanjem alata jer je on nagnut za ugao zakretanja –  $\phi$  u odnosu na pravac tangente na predmet, već se to dobija dopunskim obrtanjem predmeta –  $\Delta n_p$  ("dopunsko" je, jer obrtanje  $n_p$  već postoji kao komponenta relativnog kotrljanja). Na slici 3.80 je prikazan šematski prikaz dopunskog obrtanja.



Slika 16 Šematski prikaz dodatno obrtanja radnog predmeta pri izradi zupčanika sa kosim zubima

Iz jednakosti kretanja  $s_t$  prema slici 16 je:

$$h_v \cdot n_v \cdot \tan \beta = D_{op} \cdot \pi \cdot \Delta n_p, \text{ odnosno:}$$

$$\frac{\Delta n_p}{n_v} = \frac{h_v \cdot \tan \beta}{D_{op} \cdot \pi} = k_{uk},$$

$$k_{uk} = \frac{h_v \cdot \tan \beta}{D_{op} \cdot \pi} = \frac{27}{4} \cdot \frac{27}{4} \cdot \frac{21}{27} \cdot \frac{32}{27} \cdot \frac{27}{27} \cdot \frac{z_{14}}{z_{15}} \cdot \frac{z_{16}}{z_{17}} \cdot \frac{2}{38} \cdot k_d \cdot \frac{36}{36} \cdot \frac{z_6}{z_7} \cdot \frac{z_8}{z_9} \cdot \frac{1}{84}$$

U ovom izrazu je sve poznato, osim izmenljivih zupčanika  $z_{14} \div z_{17}$ , tj.:

$$h_v = 12,7 \text{ mm} ; \beta = 22^\circ ; k_d = 2, (\text{II tip diferencijala});$$

$$D_{op} = \frac{m_n}{\cos \beta} \cdot z_1 = \frac{3,5}{\cos 22^\circ} \cdot 31 = 117,02 \text{ [mm]} \text{ zupčanici } z_6 \div z_9 \text{ su poznati, jer su određeni pri rešavanju kinematskog lanca pri izradi zupčanika sa pravim zubima:}$$

$$\frac{z_{14}}{z_{15}} \cdot \frac{z_{16}}{z_{17}} = \frac{12,7 \cdot \tan 22^\circ}{(117,02) \cdot \pi} \cdot \frac{4}{27} \cdot \frac{4}{27} \cdot \frac{27}{21} \cdot \frac{38}{32} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{31}{23} \cdot \frac{50}{80} \cdot \frac{1}{84}$$

$$\frac{z_{14}}{z_{15}} \cdot \frac{z_{16}}{z_{17}} = 0,22339,$$

$$\text{usvajamo: } \frac{z_{14}}{z_{15}} = \frac{1}{3} = \frac{28}{84},$$

Da bi se ostvario predviđeni ugao  $\beta$ , potrebna je visoka tačnost pri rešavanju ovog kinematskog lanca. Najbolje bi bilo postići apsolutnu tačnost, ali je to nemoguće zbog prisustva broja  $\pi$  u izrazu. Dakle, rešenje treba biti "što tačnije – to bolje", a dopuštena greška mora biti manja od 1%, pa je  $\frac{z_{16}}{z_{17}} = 3 \cdot 0,22339 = 0,67017 = \frac{67}{100}$ .

Provera:

$$\frac{z_{14}}{z_{15}} \cdot \frac{z_{16}}{z_{17}} = \frac{28}{84} \cdot \frac{67}{100} = 0,2233$$

$$\Delta = \frac{0,22333 - 0,22339}{0,22333} \cdot 100\% = -0,025\% < 1\%$$

Usvojeni zupčanici su:

$z_{14} = 28$	$;$	$z_{15} = 84$	$;$	$z_{16} = 67$	$;$	$z_{17} = 100$
---------------	-----	---------------	-----	---------------	-----	----------------