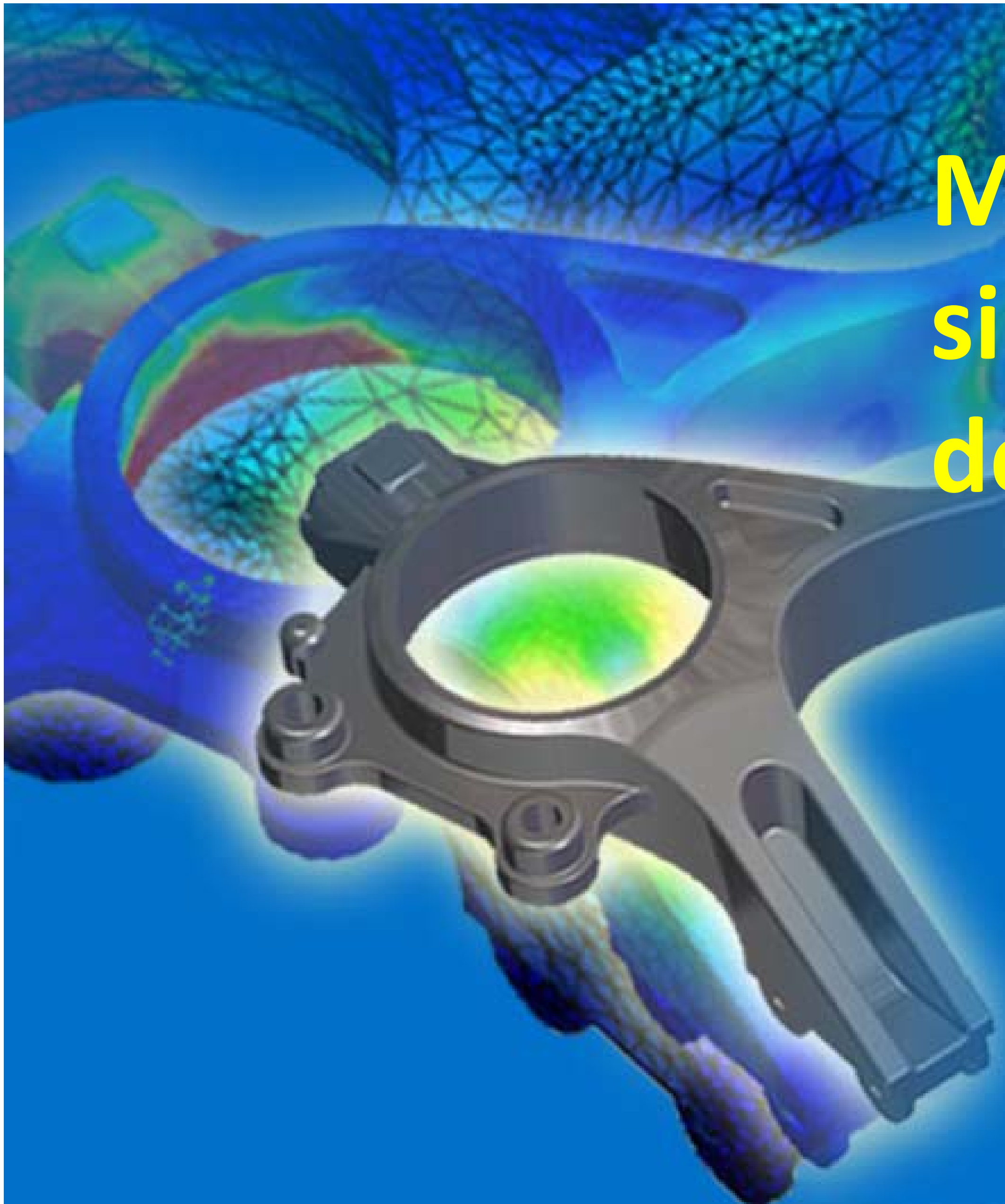
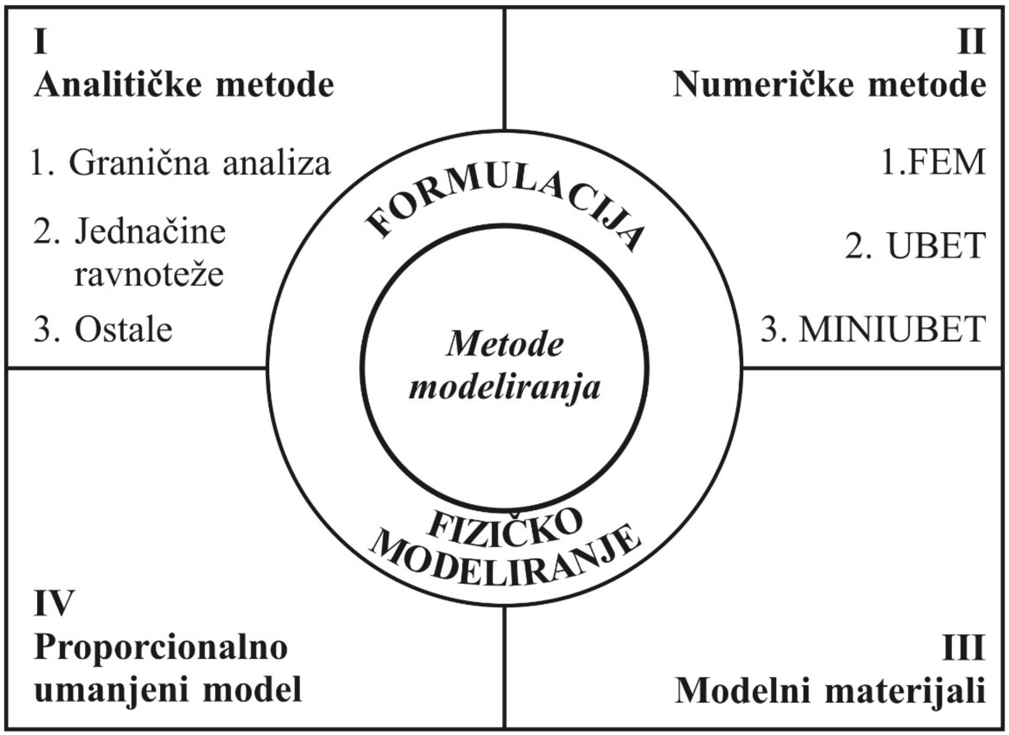
Modelovanje i simulacija procesa deformisanja



Nastavnik:
dr Mladomir Milutinović

Asistent:
dr Dejan Movrin

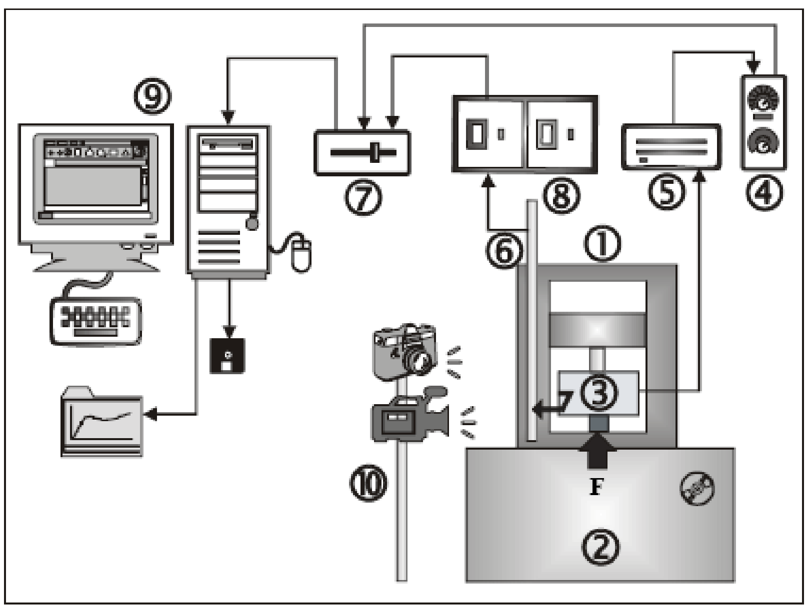
FIZIČKO MODELOVANJE PROCESA DEFORMISANJA

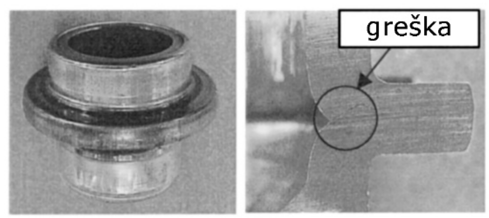


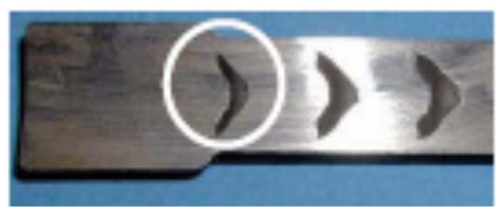
Teorija sličnosti i dimenziona analiza!!!

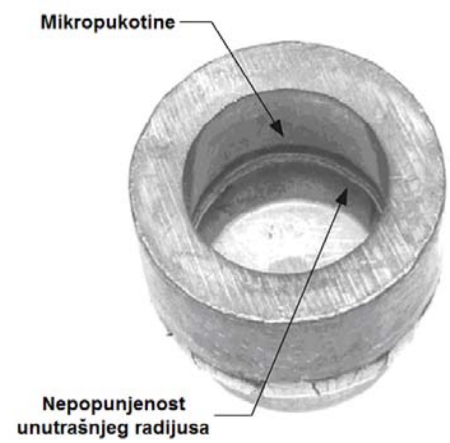
FIZIČKO MODELIRANJE PROCESA DEFORMISANJA PREKO PROPORCIONALNO UMANJENOG MODELA

- **Određivanje deformacione sile procesa (faktor razmere sile)**
- **Prevencija defekata**









Teorija sličnosti

- Definiše matematičke odnose između fizički sličnih sistema različitih veličina;
- Predstavlja osnovu za uvećanje / smanjenje razmera (scale-up) uređaja i procesa;
- Kriterijumi sličnosti se mogu definisati pomoću diferencijalnih jednačina ili pomoću dimenzione analize;
- Bezdimenzione grupe dobijene pomoću kriterijuma sličnosti predstavljaju osnovu za izgradnju većine empirijskih korelacija.

Teorema 1: Za dva slična procese sličnost brojeva važi u parovima (jednakost u parovima)
Teorema 2: Slični brojevi su povezani jednačinama sličnosti , koje su bezdimenzione rešenja posmatranog problema i važe za sve slične procese .
Teorema 3: Za sličnost dva procesa potrebno je i neophodno da su iste vrste (kvalitativna sličnost) i da su njihovi definisani slični brojevi jednaki u parovima.

Za dve fizičke pojave kaže se da su slične ako su opisane istim fizičkim zakonima i ako se veličine u jednoj fizičkoj pojavi (razmatranoj) mogu odrediti iz veličina druge fizičke pojave (modelske) jednostavnim množenjem konstantom koja se naziva koeficijentom sličnosti.

Teorija sličnosti

Zakon sličnosti u procesima obrade deformisanjem podrazumeva - zahteva

1. Geometrijska sličnost
2. Kinematska sličnost
3. Termička sličnost
4. Ekvivaletni granični uslovi
5. Sličnost materijala

1. Geometrijska sličnost

$$\frac{x'}{x} = \frac{y'}{y} = \frac{z'}{z} = \mathbf{L} \longrightarrow$$ Linearni odnos smanjenja (konstanta)

gde su x′, y′ i z′, x, z i z koordinate tačaka na objektu i fizičkom modelu, respektivno.

2. Kinematička sličnost

$$\frac{v'}{v} = \mathbf{v} = \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{t}} \longrightarrow$$

Kinematička sličnost podrazumeva sličnu sliku strujanja u geometrijski sličnim sistemima → koeficijenti prenosa mase i toplote u prototipu će biti 1/**L** od onih u modelu!

3. Termička sličnost

$$\frac{H_r'}{H_r} = \frac{H_c'}{H_c} = \frac{H_v'}{H_v} = \frac{H_f'}{H_f} = \mathbf{H} \quad \text{ili} \quad \frac{H_r'}{H_c'} = \frac{H_r}{H_c} \quad \frac{H_r'}{H_v'} = \frac{H_r}{H_v} \quad \frac{H_r'}{H_f'} = \frac{H_r}{H_f}$$

gde su H_r, H_c, H_v i H_f protoci toplote kroz određenu površinu koja je prenesena radijacijom, kondukcijom, konvekcijom i kretanjem fluida, respektivno.

Teorija sličnosti

- ✓ Jednakost ili sličnost napona tečenja σ za modelni i realni materijal.

$$\sigma = A_1\,\varepsilon^n \qquad \sigma = A_2\,\dot{\varepsilon}^{m} \qquad \sigma = A\,\varepsilon^n\,\dot{\varepsilon}^{m}\exp\left(\frac{Q}{RT}\right)$$

- ✓ Karakteristike tečenja moraju biti slične, odnosno, deformisanje materijala ostaje homogeno ili je stepen nehomogenosti sličan za model i realni proces, tj. tečenje materijala je kinematski slično.
- ✓ Entropija ostaje konstantna u toku deformisanja, tj. gubici toplote u kontaktu sa alatom su jednaki generisanoj toploti usled deformisanja i trenja
- ✓ Alati imaju sličnu geometriju
- ✓ Uslovi kontaktnog trenja su slični, pri čemu se to najčešće pogrešno tretira kao uslov upotrebe istog ili sličnog maziva (uslovi trenja ne zavise samo od tipa maziva, već i od karakteristika materijala u pogledu njegove senzitivnosti na brzinu deformacije, stanja površina alata i ostvarenih radnih pritisaka u procesu).

Teorija sličnosti

Glavne prednosti teorije sličnosti:

- ✓ Diretna metoda bazirana sa jednostavnim matematičkim proračunima
- ✓ Jednostavno određivanje kompletnog seta bezdimenzionalnih brojeva (parametara) čak i bez poznavanja fundamentalnih jednačina procesa.
- ✓ Značajno smanjenje broja parametara procesa prevođenjem dimenzionalno zavisnih parametara u bezdimenzionalno (slične) brojeve.
- ✓ Određivanje kvalitativne forme procesnih jednačina čime se olakšava uspostavljanje kvantitativnih empirijskih veza na bazi izmerenih podataka na modelu.
- ✓ Definisanje pravila, posebno relacija skaliranja, za izvođenje eksperimenata na modelu i transfer rezultata sa modela na realan process.
- ✓ Dobijanje kompletnog rešenja razmatranog problema izostavljanjem velikog broja parametara

Teorija sličnosti

Glavni nedostaci teorije sličnosti:

- Nemogućnost potpunog opisivanja problema kao u slučaju korišćenja analitičkih jednačina. Dimenziona analiza omogućava dobijanje samo kvantitativnog odnosa dva slična procesa, ne i proračun stvarnih veličina.
- Pri definisanju bezdimenzionalnih (sličnih) brojeva obično se koriste fizičke: veličine sila, momenat, energija, čiju lokalnu distribuciju je tešto uzeti u obzir.
- Karakteristike materijala se obično opisuju pomoći niza konstanti, zbog čega se zavisnost od drugih parametara, a naročito temperature, ne uzima u obzir.
- Dimenziona analiza omogućava dobijanje kvalitativne forme procesnih jednačina, ali određivanje kvantitaivne strukture (koeficijenata) zateva “triala nd error” proceduru.
- Što je složeniji process to je složeniji zakon sličnosti. Zbog toga je potpunu sličnost dva procesa nekada nemoguće uspostaviti. Primer: kod proporcionalno umanjenog modela nemoguće je u potpunosti uspostavi sličnost sa realnim procesom tople obrade u pogledu prenosa toplota (kombinovani termo-mehanički uticaj).
- Kod složenih procesa teško je proceniti značajnost parametara.
- U procesima obrade deformisanjem sa mešovitim i graničnim trenjem, pravila sličnosti nedovoljno su definisana. Obično se koriste koeficijenat trenja μ i factor trenja ***m***, kao jednostavni slični brojevi.

Dimenziona analiza

- Većina praktičnih problema je previše složena da bi se rešila analitički i mora se testirati eksperimentom ili aproksimirati narskim simulacijama.
- Opšta rešenja izražena u kompaktnom, bez-dimenzionalnom obliku.
- Dimenziona analiza je veoma korisna za planiranje, prezentaciju i interpretaciju eksperimentalnih podataka
- Dimenziona analiza je metoda za smanjenje broja i složenosti eksperimentalnih varijabli uticati na datu fizičku pojavu.

Prednosti:

1. Smanjite broj promenljivih
2. Bezdimenzionalne jednačine koje pružaju uvid u kontrolne parametre i prirodu problema
3. Zakon sličnosti- testiranje modela umesto skupih velikih prototipova.

Dimenziona analiza

PRIMENA

- Iznalaženje numeričkih grešaka zbog dimenzionalne nehomogenosti jednačina,
- Iznalaženje koeficijenta za preračunavanje jedinica iz jednog mernog sistema u drugi,
- Pomoć pri izboru plana eksperimenta,
- Iznalaženje zaboravljenih izraza,
- Primena u teoriji sličnosti u eksperimentalnim istraživanjima na modelima
- Dobijanje matematičkih modela, koji se inače ne mogu resiti analitičkim metodama, uz smanjenje broja promenjivih, itd.

Dimenziona analiza

- Tehnika kojom se opisuje fizički sistem sa minimalno potrebnim brojem nezavisno promenjivih;
- Promenjive se grupišu u bezdimenzione grupe koje ne zavise od mernih jedinica;
- Određivanje tačnog broja relevantnih promenjivih je esencijalno (sistem se mora dobro poznavati)
- Osnova: svaka veličina se može izraziti pomoću svega nekoliko mernih jedinica;
- Broj i izbor osnovnih jedinica zavisi od sistema, na primer osnovne jedinice su: masa (m), dužina (L), vremen (t) i temp. (T) itd.

Princip homogenosti: Svaka kompletna fizička jednačina mora da bude dimenziono homogena ili se može podeliti u više homogenih jednačina;
Tri tipa veličina: promenjive, dimenzione konstante (g, R, k,...) i numeričke konstante (π,...);

$$\frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = const$$

Svaki član u gornjoj jednačini, uključujući i konstantu, ima dimenzije kvadrata brzine $[L^2T^{-2}]$.

Dimenziona analiza

Neka se fizička pojava izražava preko ***n*** veličina (x_1, x_2, x_3, ….x_n). Zavisno od problema (oblasti), postojaće ***p*** veličina koje se izražavaju preko osnovnih jedinica, dok će se preostalih ***m=n-p*** veličina izražavati pomoću izvedenih jedinica.

Buckingham-ova Pi teorema:

Fizički zakon koji se matematički može predstaviti u obliku:

$f(x_1, x_2, \ldots x_n) = 0$

Može se izraziti preko sledeće homogene jednačine

$F(\pi_1, \pi_2, \ldots \pi_m) = 0$

gde su $\pi_1, \pi_2, \ldots \pi_m$ bezdimenzioni monomi (promenjive i dimenzione konstante) koje su funkcija $x_1, x_2, \ldots x_n$

Dimenziona analiza

Izbor parametara skaliranja prepušten je korisniku, ali postoje neke smernice:
1) Varijable skaliranja ne smeju da formiraju bezdimenzionalnu grupu između sebe, već da kreiraju još jednu bezdimenzionalnu varijablu.
2) Ne birati izlazne varijable za parametre skaliranja.
3) Usvojiti opšte, skalabilne varijable koje se pojavljuju u svim bezdimenzionalnim grupama.

Napomena: dva sledeća kriterijuma moraju biti zadovoljena pre izvođenja analize dimenzija:

1) Predloženi fizički odnos je dimenzionalno homogen i
2) Sve relevantne varijable su uključene u predloženom odnosu.

Dimenziona analiza

Jednačina kretanja/padanja tela $$S = S_0 + V_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

Da bi rezultati bili bez-dimenzionalni, moramo znati koliko je dimenzija sadržano među varijablama (S, t) i parametrima (V_0, S_0 i g)!!!!!

U ovom slučaju radi se o samo dve dimenzije: dužina {L} i vreme {T}!!!!

Među parametrima, dakle, biraju se dva parametra za skaliranje (ili ponavljajuće parametre), koji se koriste za definisanje bezdimenzionalnih varijabli.

Za problem padanja tela, biramo bilo koja dva od tri parametra, koji onda predstavljaju parameter skaliranja. Postoje tri mogućnosti:

Dimenziona analiza

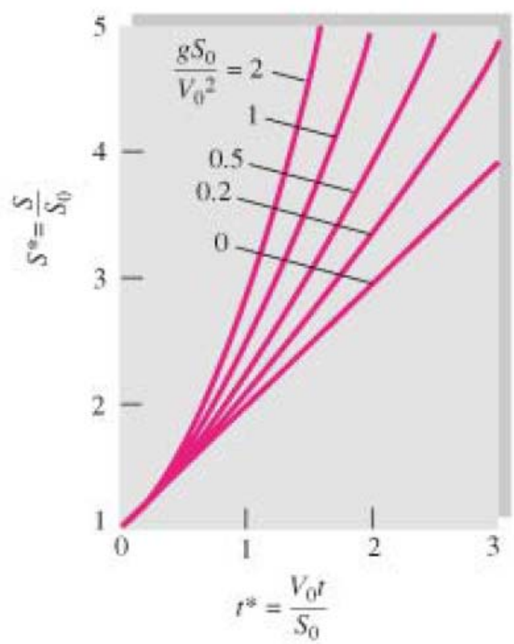
Jednačina kretanja/padanja tela $$S = S_0 + V_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

Opcija 1:
Parametri skaliranja S_0 i V_0; efekat gravitacije g. Koristeći ove parametre skaliranja definišemo ne-dimenzionalno pomeranje i vreme kao:

$$S^* = \frac{S}{S_0} \qquad t^* = \frac{V_0 t}{S_0}$$

$$S^* = 1 + t^* + \frac{1}{2} \alpha t^{*2}$$

$$\alpha = \frac{g S_0}{V_0^2}$$



Postoji jedan bezdimenzionalni parametar α!!!

Bezdimenzionalna gravitacija

Dimenziona analiza

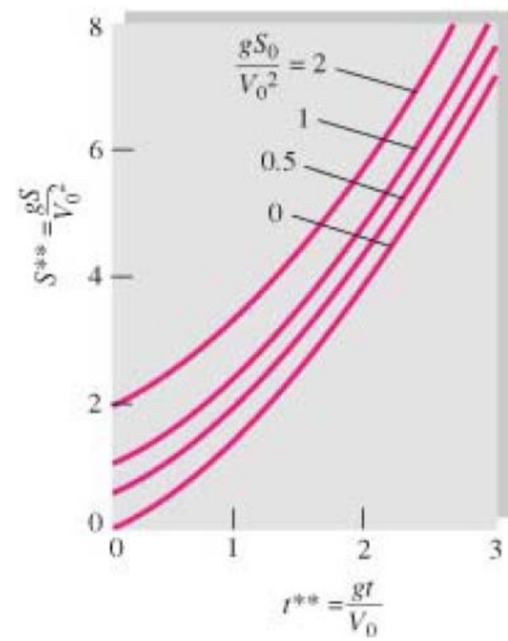
Jednačina kretanja/padanja tela $$S = S_0 + V_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

Opcija 2:
Parametri skaliranja V_0 i g: efekat početnog pomaka S_0. Bez-dimenzionalni parametri će biti:

$$S^{**} = \frac{Sg}{V_0^2} \qquad t^{**} = \frac{tg}{V_0}$$

$$S^{**} = \alpha + t^{**} + \frac{1}{2} t^{**2}$$

$$\alpha = \frac{gS_0}{V_0^2}$$



Postoji jedan bezdimenzionalni parametar α!!!

Bezdimenzionalno početno pomeranje!!!

Dimenziona analiza

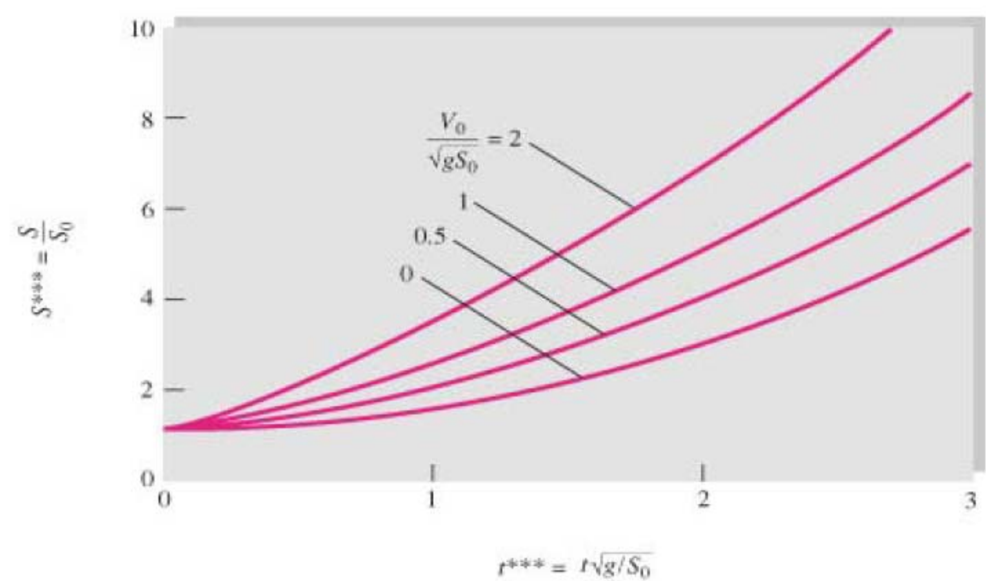
Jednačina kretanja/padanja tela $S = S_0 + V_0 t + \frac{1}{2} g t^2$

Opcija 3:
Parametari skaliranja S0 i g: efekat početne brzine V0. Pomoću parametara skaliranja može se naći bezdimenzioni pomak i vreme.

$$S^{***} = \frac{S}{S_0} \qquad t^{***} = t\left(\frac{g}{S_0}\right)^{1/2}$$

$$S^{***} = 1 + \beta t^{***} + \frac{1}{2} t^{***2}$$

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} = \frac{V_0}{\sqrt{g S_0}}$$



Postoji jedan bezdimenzionalni parameter α!!!

Bezdimenzionalna početna brzina!!

Dimenziona analiza

Postupak određivanja bezdimenzionih grupa

1. Sastavi se pregled svih utjecajnih parametara $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ na proces ili sistem. Ako se uključe parametri koji nemaju utjecaj na proces dimenzionalna analiza će pokazati da oni ne spadaju ni u jednu niti u više dimenzionalnih grupa ili će eksperiment pokazati da su parametri slučajni. Neka su parametri: F, v, σ, V, ρ, tj. $n = 5$.
2. Izabere se osnovni mjerni sistem fizikalnih veličina: M (masa), L (dužina) i T (vrijeme). Tako će biti:

za brzinu $$v = \frac{s}{t} = \frac{L}{T} = LT^{-1}\left[ms^{-1}\right],$$

za silu $$F = \frac{ML}{T^2} = MLT^{-2}\left[kgms^{-2}\right],$$

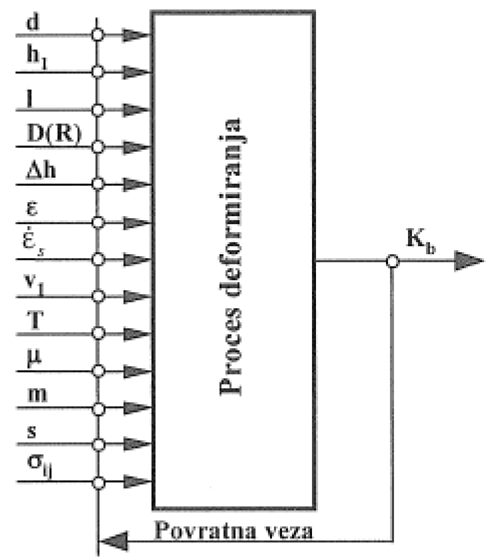
za volumen $$V = LLL = L^3\left[m^3\right]$$

za gustoću $$\rho = ML^{-3}\left[kgm^{-3}\right] \; itd.$$

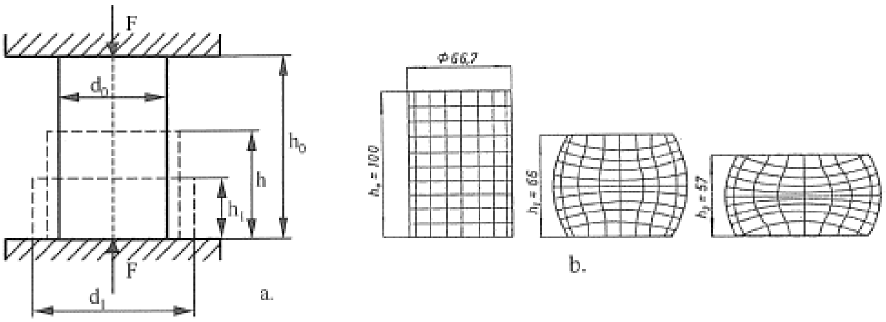
3. Izvrši se izbor dimenzija nezavisnih parametara, npr.: sila F (MLT^{-2}), brzina v (LT^{-1}), naprezanje σ ($ML^{-1}T^{-2}$), volumen V (L^3), gustoća ρ (ML^{-3}).
4. Izaberu se ponavljajući parametri m = 3, tako da ovaj broj mora biti jednak broju dimenzija r, koji između sebe ne mogu dati dimenzionalnu grupu, npr. F, σ, V.
5. Odredi se broj bezdimenzionalnih grupa n - m = 2 i postavi se dimenzionalna jednadžba kombiniranjem parametara izabranih u četvrtom koraku.
6. Provjeri se je li svaka dobivena grupa bezdimenzionalna.

$$K_{bf} = f(P_1, P_2, P_3, \ldots, P_n),$$

$$K_{bf} = f(d, h_1, l, D(R), \Delta h, \varepsilon, \dot{\varepsilon}_s, v_1, t, \mu, m, S, \sigma_{ij}).$$



Dimenziona analiza



Odnos visine i promjera valjka, može da iznosi: $\frac{h}{d} = 0{,}5;\ 1{,}0;\ 1{,}5\ i\ 2{,}0$, odnosno stupanj deformacije: $\varphi = ln\frac{h_0}{h_1} = 0{,}1;\ 0{,}3;\ 0{,}5;\ 0{,}7\ i\ 0{,}9$ itd.

Dimenzionalno homogena jednadžba sile slobodnog sabijanja valjka i utjecajnih varijabli ima oblik:

$$f(F, k, \sigma_m, G, E, d, h, \mu, \varphi, t, v) = 0, \qquad (5.20)$$

gdje su:

- F - sila deformiranja,
- k – naprezanje plastičnog tečenja,
- σ_m -zatezna čvrstoća materijala,
- G - modul klizanja,
- E - modul elastičnosti,
- μ - koeficijent kontaktnog trenja.

Kako se oblikovanje izvodi u hladnom stanju temperatura t i brzina deformiranja v se mogu izostaviti u postupku modeliranja.

Dimenzionalna matrica homogenog sistema linearnih jednadžbi za bezdimenzionalne veličine k_i glasi:

	a_1 F	a_2 k	a_3 σ_m	a_4 G	a_5 E	a_6 d	a_7 h	a_8 μ	a_9 φ
M	1	1	1	1	1	0	0	0	0
L	1	-1	-1	-1	-1	1	1	0	0
T	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0
	MLT^{-2}	$ML^{-1}T^{-2}$	$ML^{-1}T^{-2}$	$ML^{-1}T^{-2}$	$ML^{-1}T^{-2}$	L	L		

Rang matrice je r = 2, a broj nezavisnih veličina, odnosno grupa:

$$m = n - r = 9 - 2 = 7.$$

Koristeći matricu dimenzija može se prikazati sistem homogenih linearnih jednadžbi u obliku:

za M: $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 0,$

za L : $a_1 - a_2 - a_3 - a_4 - a_5 + a_6 + a_7 = 0,$

za T : $-2a_1 - 2a_2 - 2a_3 - 2a_4 - 2a_5 = 0.$

Kako je r = 2 i n = 9, može se od devet vrijednosti (a_i = 2 - 9) izabrati sedam vrijednosti po volji, tako da sustav jednadžbi ima matrični oblik:

	a_1 F	a_2 k	a_3 σ_m	a_4 G	a_5 E	a_6 d	a_7 h	a_8 μ	a_9 φ
k_1	1	-1	0	0	0	-2	0	0	0
k_2	0	1	-1	0	0	0	0	0	0
k_3	0	0	-1	1	0	0	0	0	0
k_4	0	0	-1	0	1	0	0	0	0
k_5	0	0	0	0	0	-1	1	0	0
k_6	0	0	0	0	0	0	0	1	0
k_7	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Kriterijem sličnosti k_i (i = 1,2, . . ,7) definirana je jednadžba:

$$f\left(\frac{F}{k\,d^2}, \frac{k}{\sigma_m}, \frac{G}{\sigma_m}, \frac{E}{\sigma_m}, \frac{h}{d}, \mu, \varphi\right) = 0 \qquad (5.21)$$

ili jednadžba za silu:

$$\frac{F}{k\,d^2} = f\left(\frac{k}{\sigma_m}, \frac{G}{\sigma_m}, \frac{E}{\sigma_m}, \frac{h}{d}, \mu, \varphi\right). \qquad (5.22)$$

Budući da se radilo o istom materijalu valjaka i kako je ispunjen uvjet geometrijske sličnosti to su bezdimenzionalne veličine ($k_2, k_3, \ldots, k_5$) konstante. Ako je pri tome ispunjen uvjet sličnosti trenja $\mu = \overline{\mu}$ dobiva se izraz:

$$\frac{F}{k\,d^2} = f_1\left(\frac{h}{d}, \varphi\right)$$

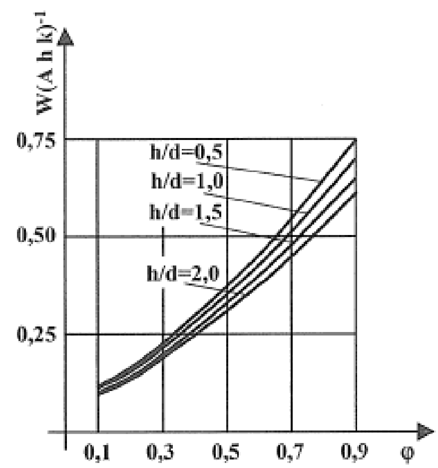
ili za $A = \dfrac{d^2\pi}{4}$ dobiva se:

$$\frac{4F}{kd^2\pi} = f_2\left(\frac{h}{d}, \varphi\right). \qquad (5.23)$$

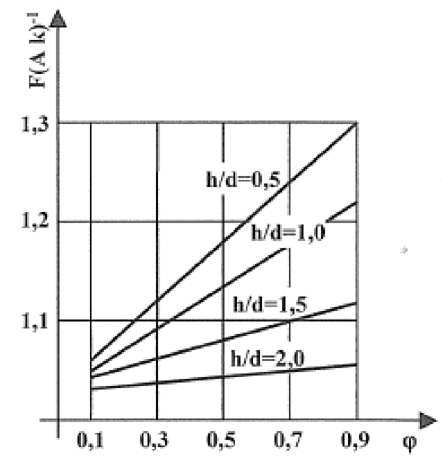
U slučaju deformacijskog rada, analogno navedenom može se pisati:

$$\frac{4W}{kd^2\pi h} = f_3\left(\frac{h}{d}, \varphi\right). \qquad (5.24)$$

Eksperimentalnim variranjem vrijednosti $\dfrac{h}{d}$ i φ moguće je odrediti ove ovisnosti u empirijskom obliku. Na slici 5.6. i 5.7. prikazana je grafička ovisnost sile i rada o stupnju deformacije [10] i odnosu $\dfrac{h}{d}$.



Slika 5.6. Prikaz $F(Ak)^{-1} = f(\varphi, \frac{h}{d})$



Slika 5.7. Prikaz $W(Akh)^{-1} = f(\frac{h}{d}, \varphi)$