



# Modelovanje i simulacija procesa deformisanja

Nastavnik:  
Doc. dr Mladomir Milutinović

Asistent:  
Mr Dejan Movrin



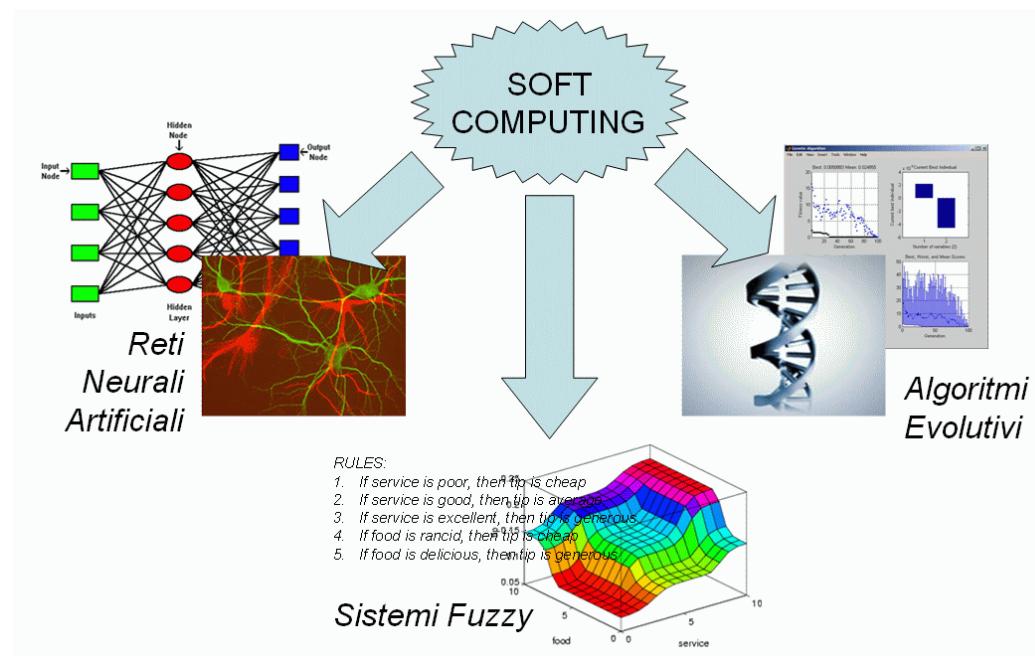
# **HEURISTIKA, VEŠTAČKA INTELIGENCIJA I INTELIGENTNI SISTEMI**





## RAČUNARSKA INTELIGENCIJA (SOFT COMPUTING)

- Fazi logika (aproksimativno rezonovanje, granulacija informacija, računanje rečima)
- Neuro-računarstvo (učenje, adaptacija, klasifikacija, modeliranje, identifikacija sistema)
- Genetičko računarstvo (sinteza, podešavanje parametara, optimizacija putem sistemskog pretraživanja i evolucije)



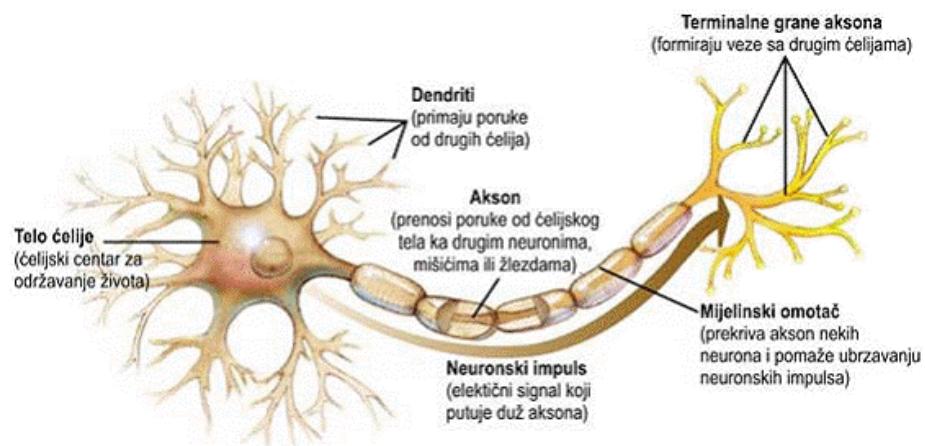
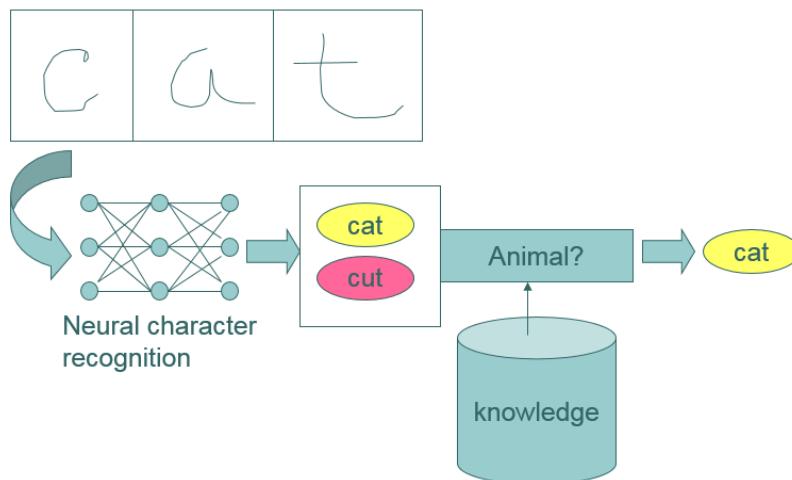


- **Modeli bele kutije** – potpuno izvedeni na osnovu prvih principa, tj. fizičkih, hemijskih, bioloških, ekonomskih i drugih zakona. Sve jednačine i parametri se mogu odrediti teoretskim modeliranjem, a modeli čija je struktura potpuno određena teorijskim modeliranjem spadaju u ovu grupu čak i ako su neki parametri procenjeni na osnovu podataka.
- **Modeli crne kutije** – potpuno zasnovani na mernim podacima. I struktura modela i parametri potpuno se određuju eksperimentalnim putem, i veoma malo ili ništa od prethodnog znanja se ne koristi. Parametri modela nemaju direktne relacije sa prvim principima.
- **Modeli sive kutije** – kombinacija između modela bele i crne kutije. Pored znanja iz prvih principa i informacija sadržanih u mernim podacima mogu se koristiti i drugi izvori informacija kao što su kvalitativno znanje formulisano kroz pravila. Uobičajeno, određivanje strukture modela zasniva se značajno na znanju dok se parametri modela određuju uglavnom na osnovu merenih podataka.



## NEURO (NEURONSKE) MREŽE

Neuro-mreže (NN) ili uopšteno neuro-sistemi predstavljaju jedinstvenu metodologiju kojom se znanje prikuplja iz skupova podataka za obučavanje i smešta u distribuiranom obliku u konekcionističkoj strukturi mreže. Neuro mreže sazidane su od jednostavnih visoko međusobno povezanih procesnih jedinica nazvanih neuroni. Distribuirana reprezentacija znanja nažalost ne obezbeđuje razumljivu interpretaciju, što predstavlja suštinski nedostatak ove tehnologije.



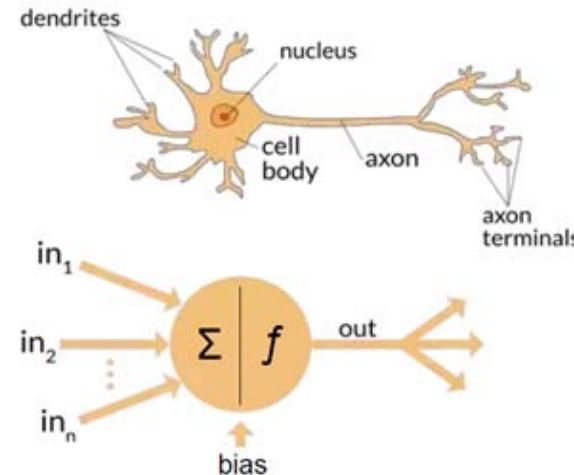
- Sinapse – veze aksona i dendrita
- Neurotransmiteri
- Proces učenja i pamćenja - upravljanje tokovima neurotransmitera (veze se pojačavaju, smanjuju ili potpuno prekidaju)
- Membranski potencijal oko  $-70 \text{ mV}$
- Mogućnost obrađivanja više informacija istovremeno



## VEŠTAČKE NEURONSKE MREŽE

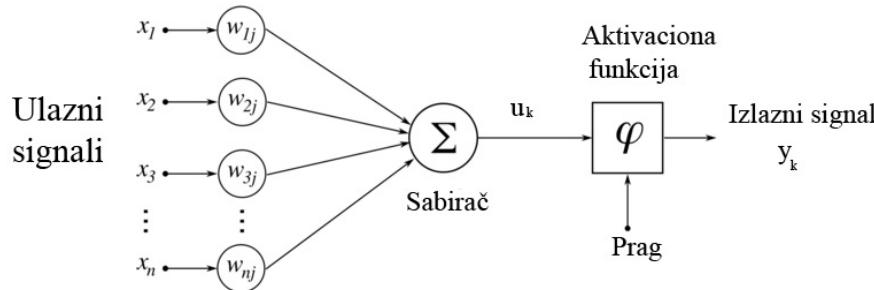
**Veštačke neuronske mreža (VNM)** - replika ljudskog mozga kojom se nastoji simulirati postupak učenja.

- Skup matematičkih modela koji simuliraju neke od posmatranih osobina bioloških nervnih sistema i povlače sličnosti sa prilagodljivim biološkim učenjem.
- Sačinjene su od velikog broja međusobno povezanih neurona (obrađujućih elemenata) koji su, slično biološkim neuronima, povezani svojim vezama koje sadrže propusne koeficijente, koje su po ulozi slične sinapsama.
- Važne osobine kako bioloških tako i veštačkih neuronskih mreža su paralelno procesiranje i distribuirana raspodela informacija i upravljanja (brzina i otpornost na oštećenja).
- Ne postoji centralni upravljački uređaj koji prema utvrđenom algoritmu sprovodi niz izračunavanja, već se odvija paralelno procesiranje, gde svaki neuron menja svoje stanje samostalno, na osnovu informacija koje dobija iz okoline
- Mogućnost adaptacije na promene sredine u kojoj mreža deluje, kao i sposobnost postepenog poboljšavanja rada mreže na osnovu prethodnog iskustva, to jest sposobnost učenja
  
- **Mašinstvo** - Tehnološki parametri obrade koji zavise od velikog broja faktora (ne postoje egzaktni obrasci i procedure te se koriste iskustvene vrednosti, tabele, grafici....)
- Umesto detaljnog proračunavanja parametara obrade, kreira se neuronska mreža koja može, nakon pravilno izvršenog procesa obučavanja, da predvidi nepoznate parametre obrade.

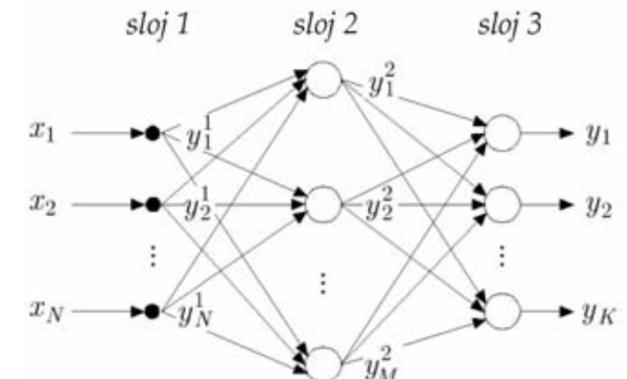




## Model veštačkog neurona

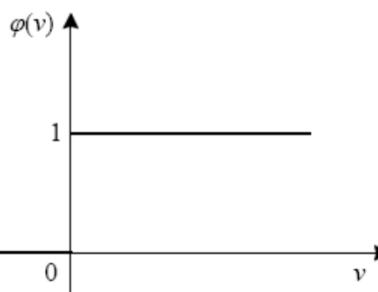


$$u_k = \sum_{j=1}^p w_{kj} x_j \quad y_k = \varphi(u_k - \theta_k) \quad v_k = u_k - \theta_k$$



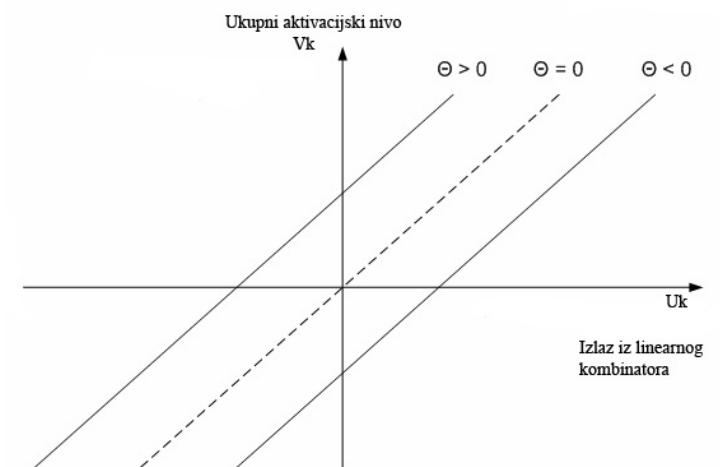
Aktivaciona funkcija definiše izlaz neurona u zavisnosti od njenog ulaza.

1. **Odskočna (*Threshold*) funkcija**
2. **Linearna aktivaciona funkcija**
3. **Sigmoidna funkcija**



$$\varphi(v) = \begin{cases} 0, & v < 0 \\ 1, & v \geq 0 \end{cases}$$

$$y_k = \begin{cases} 0, & v_k < 0 \\ 1, & v_k \geq 0 \end{cases}$$



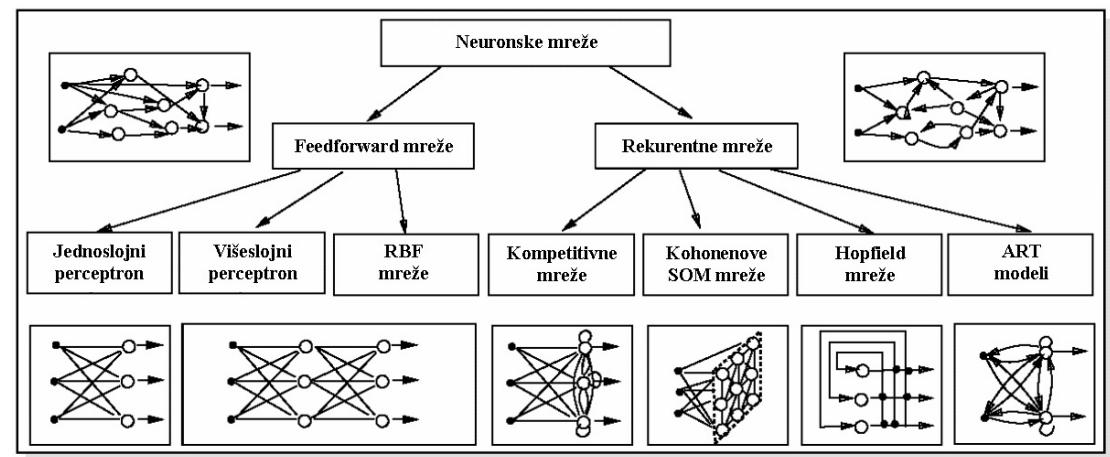
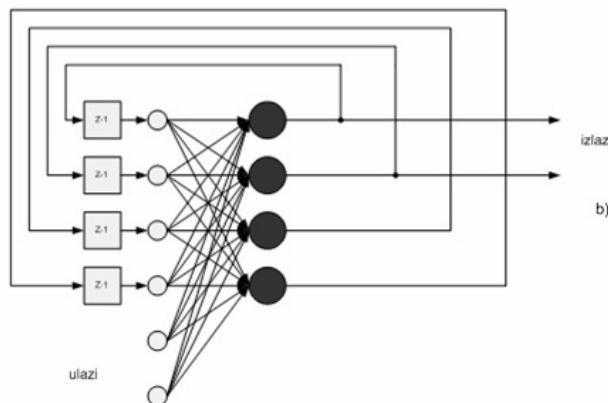
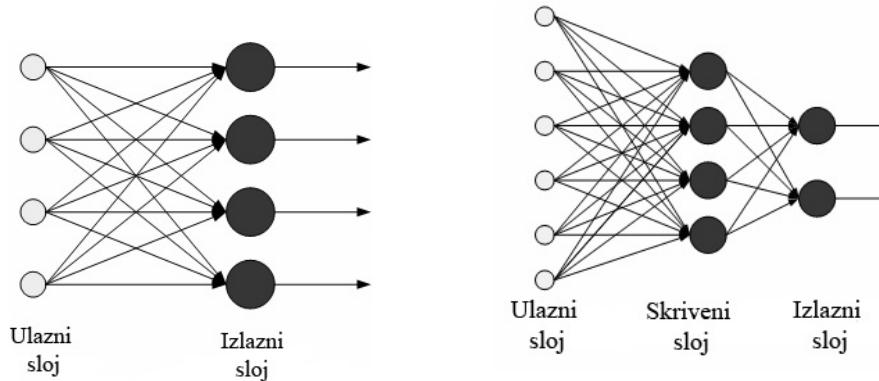


NAZIV-FUNKCIJE	IZRAZ-ZA-FUNKCIJU	GRAFIČKI-FUNKCIJE	PRIKAZ
PURELIN	$\psi(v) = g_a v$ $\psi'(v) = g_a$		
LOGSIG	$\psi(v) = \frac{1}{1 + e^{-g_a v}}$ $\psi'(v) = g_a \frac{e^{-g_a v}}{(1 + e^{-g_a v})^2} = g_a \cdot \psi(1 - \psi)$		
TANSIG	$\psi(v) = \frac{1}{1 + e^{-g_a v}} - 1$ $\psi'(v) = g_a \frac{4e^{-2g_a v}}{(1 + e^{-2g_a v})^2} = g_a \cdot (1 - \psi^2)$		



# Arhitektura neuronskih mreža

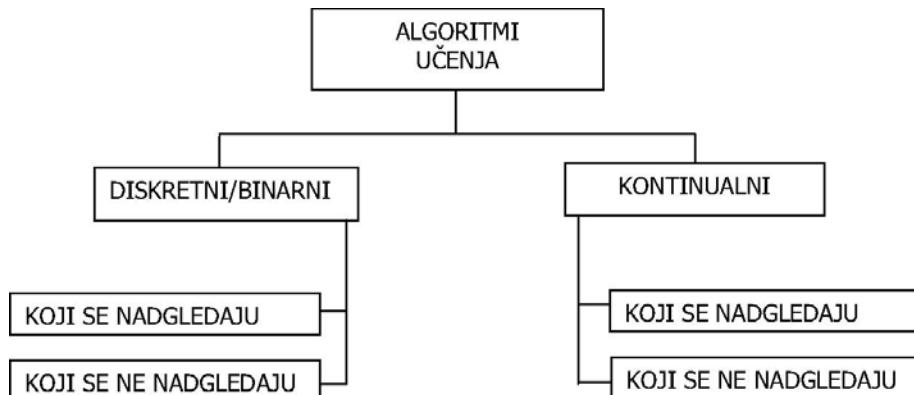
- ❑ Statičke (*Feedforward*) i dinamičke (*Feedback*)
  - ❑ Jednoslojne i višeslojne veštačke neuronske mreže.





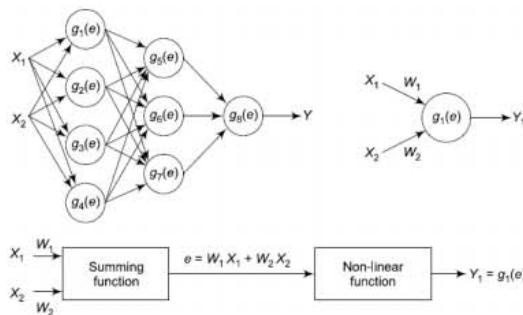
## Algoritmi učenja neuronskih mreža

- Neuronske mreže uče na primerima - primera treba da bude što više kako bi se mreža u kasnijej upotrebi ponašala što preciznije.
  - Suština procesa učenja je da on dovodi do korigovanja sinaptičkih težina. Kad ulazni podaci koji se dovode mreži više ne dovode do promena ovih koeficijenata, smatra se da je mreža obučena za rešavanje nekog problema.
1. Mreži se prezentuje jedan skup ulaznih podataka
  2. Mreža vrši obradu i rezultat se pamti (ovo je prolaz unapred)
  3. Izračunava se vrednost greške, tako što se dobijeni rezultat oduzima od očekivanog
  4. Za svaki čvor se računa nova sinaptička težina (ovo je prolaz unazad)
  5. Menjaju se sinaptičke težine, ili se ostavljaju stare vrednosti, a nove se pamte
  6. Na ulaze mreže se dovodi novi skup ulaznih podataka i ponavljaju se koraci od 1-5. Kada se izvrše svi primeri, ažuriraju se vrednosti sinaptičkih težina, i ako je greška ispod zahtevane vrednosti smatra se da je mreža obučena.





# Algoritmi učenja neuronskih mreža



**Step 1:** The learning rate  $\eta > 0$  and desired maximum error are chosen. The initial weights ( $W_1$  and  $W_2$ ) are chosen at small random values.

**Step 2:** Training of network starts here with the propagation of outputs from layer to layer till it reaches the output layer. For example,  $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_5$  are evaluated and propagated till the output layer and the output  $Y$  is evaluated

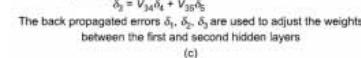
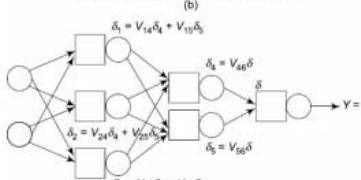
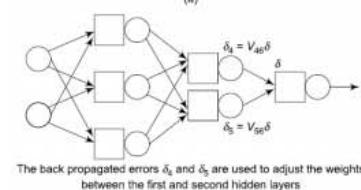
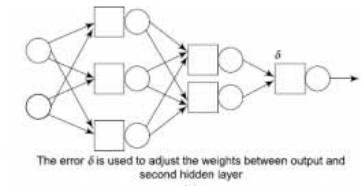
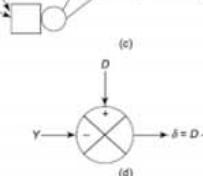
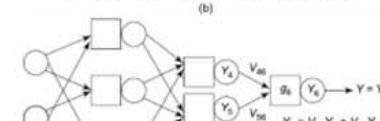
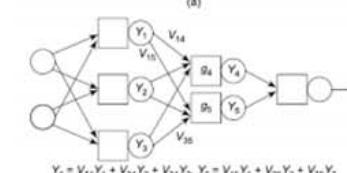
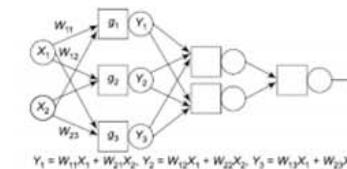
**Step 3:** The output  $Y$  is compared with the desired value  $D$  and the error  $\delta$  is calculated. The main aim hereafter is to minimize the error.

**Step 4:** The error  $\delta$  is propagated backwards as shown in Fig. 3.14 and the weights are modified.

**Step 5:** The output of each neuron is calculated with the modified weights and is propagated to the output layer. The output is compared to the desired output and error is calculated. The error is propagated backwards once again and initial weights are modified. This training process is continued till acceptable error is attained. The final weights are stored later.

The learning rate  $\eta$  decides the efficiency and convergence of the algorithm. However, the  $\eta$  values depend on the problem modeled and there is no single value for learning rate for different training cases. The error minimization can be carried out by steepest descent method. Other optimization methods are also used for the purpose.

There are standard activation functions  $g(e)$  like linear function, threshold function (or step function), sigmoid function, hyperbolic tangent function that are used during the training process. The summed signal  $e$  is processed as below depending on the activation functions chosen:



The back propagated errors  $\delta_1$  and  $\delta_2$  are used to adjust the weights between the first and second hidden layers

(a)

(b)

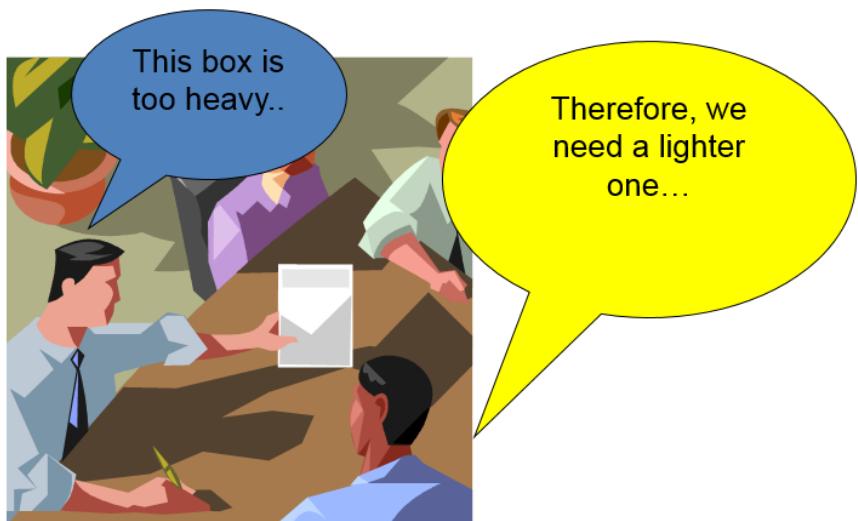
(c)



## FAZI LOGIKA

**Fazi logika (Fuzzy Logic)** predstavlja generalizaciju klasične Bulove (Boolean) logike, a na njoj i teoriji fazi skupova zasnovani fazi sistemi mogu se posmatrati kao generalizacija konvencionalnih ekspertske sistema baziranih na pravilima. Fazi sistemi manifestuju i simboličke i numeričke odlike.

Za razliku od formalne logike u kojoj se rezonovanje vrši sa dve vrednosti (tačno-netačno, tj. 0-1), fazi logika (fuzzy logic) koristi brojeve iz intervala [0,1], što je mnogo bliže realnosti, ljudskom razmišljanju i izražavanju. Mnoge pojave u prirodi je teško opisati sa samo dva stanja koja se međusobno isključuju. Fazi logika omogućava opisivanje takvih „nepreciznih“ sistema



- Boolean logic
  - Uses sharp distinctions. It forces us to draw a line between a members of class and non members.
- Fuzzy logic
  - Reflects how people think. It attempt to model our senses of words, our decision making and our common sense -> more human and intelligent systems



## FAZI LOGIKA

### Prednosti:

- Fazi logika je konceptualno jednostavna za razumevanja, matematički koncept fazi rezonovanja je veoma jednostavan. Svaki sistem baziran na fazi logici je fleksibilan, što znači da se sistem može jednostavno korigovati, bez potrebe vraćanja na početnu tačku.
- Fazi logika toleriše neprecizne podatke, sve je neprecizno ako se posmatra površno. Uprkos pažljivom proučavanju većina stvari su neprecizne, nedefinisane, rasplinite. Fazi rezonovanje toleriše i ugrađuje takvo razumevanje u sam process.
- Fazi logika može da opiše iskustvo eksperta, što neuronske mreže ne mogu. Fazi logika nam daje mogućnost da se oslonimo na iskustvo ljudi koji dobro poznaju i razumevaju svoj sistem. U fazi sistemima predstavljanje znanja je potpuno otvoreno i jasno.
- Fazi logika je bazirana na prirodnom jeziku, osnova fazi logike je osnova ljudske komunikacije a to je prirodni jezik koji koriste obični ljudi

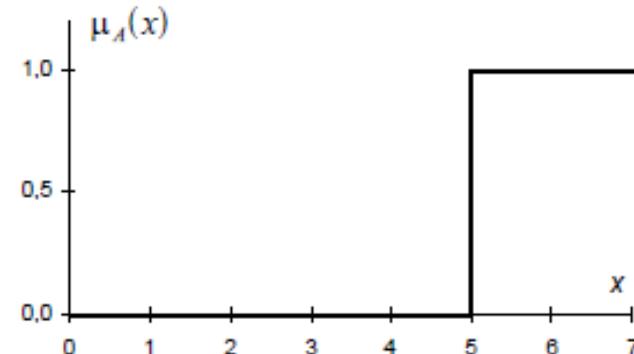


## FAZI LOGIKA

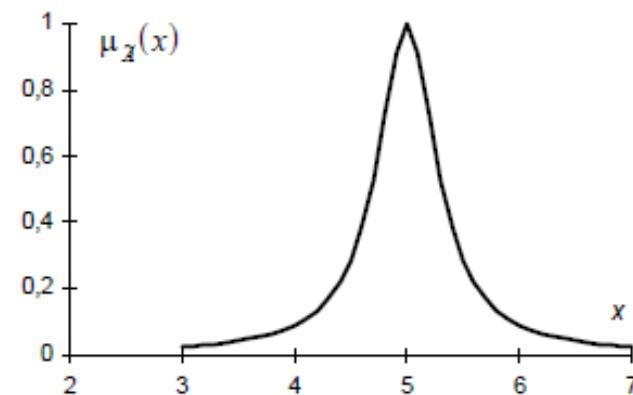
Klasični skupovi uvek imaju jedinstvenu funkciju pripadnosti

Fazi skup može definisati beskonačno mnogo različitih funkcija pripadnosti kojima se on može opisati

$$A = \{(x, \mu_A(x), x \in U)\}, \mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x < 5 \\ 1, & x \geq 5 \end{cases}$$



$$B = \{(x, \mu_B(x)), x \in U\} \quad \mu_B(x) = \frac{1}{1+10(x-5)^2}$$



A	B	$A \text{ and } B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

AND

A	B	$A \text{ or } B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

OR

A	not A
0	1
1	0

NOT

A	B	$\min(A,B)$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

AND

A	B	$\max(A,B)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

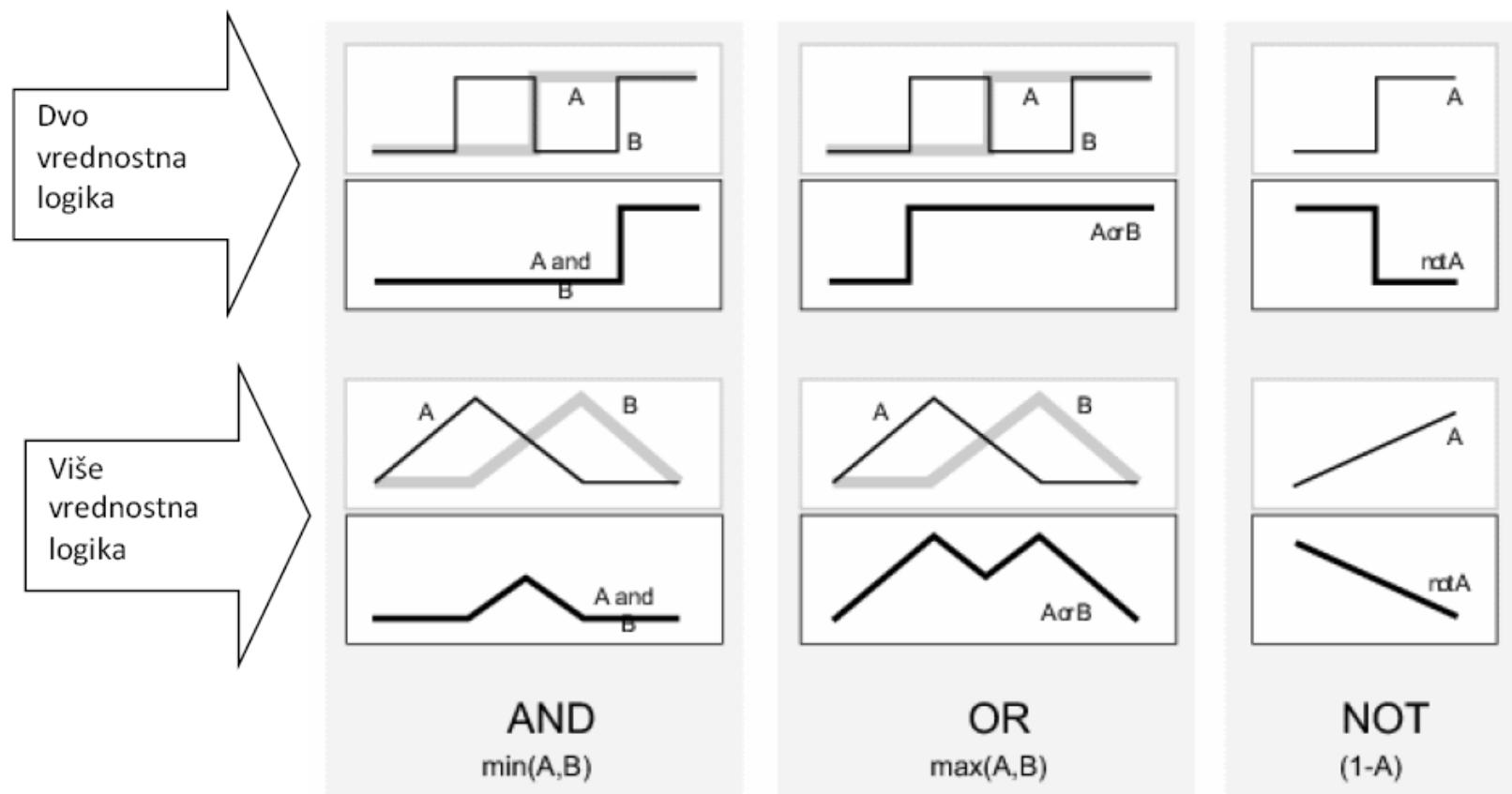
OR

A	$1 - A$
0	1
1	0

NOT



## FAZI LOGIKA

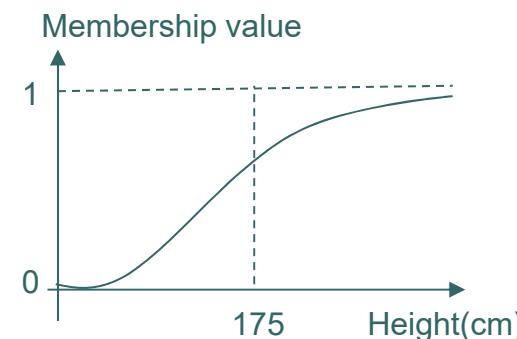




## FAZI LOGIKA

- Klasična vs Fuzzy

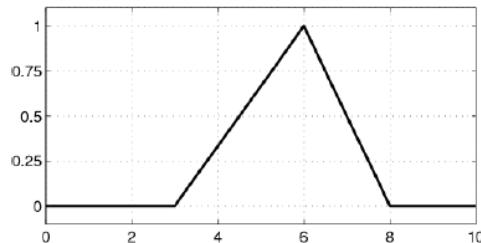
No	Ime	Visina (cm)	Degree of Membership of "tall men"	
			Classical	Fuzzy
1	Dejan	206	1	1
2	Goran	190	1	1
3	Žarko	175	0	0.8
4	Petar	160	0	0.7
5	Miloš	155	0	0.4



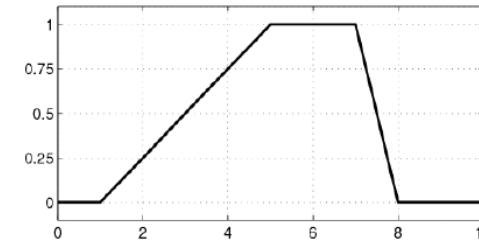
Universe of discourse



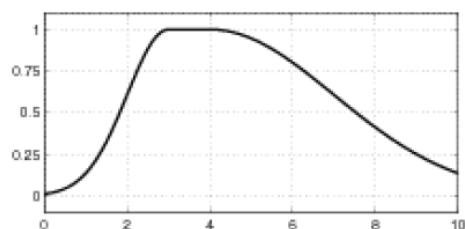
## Funkcije pripadnosti



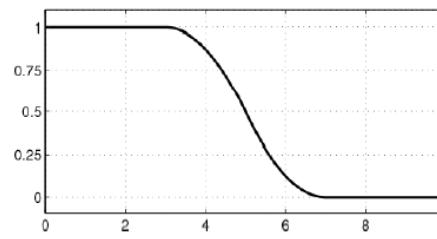
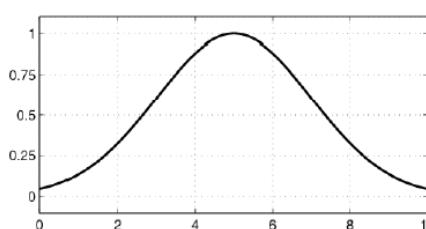
$$f(x; a, b, c) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c \\ 0, & c \leq x \end{cases}$$



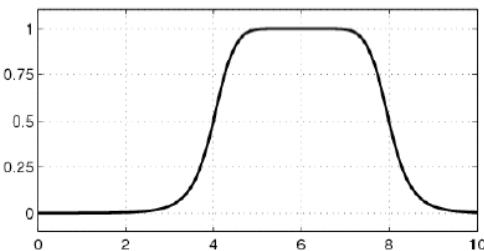
$$f(x; a, b, c, d) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x \leq d \\ 0, & d \leq x \end{cases}$$



Gausove krive



$$\begin{cases} 1, & x \leq a \\ 1 - 2\left(\frac{x-a}{b-a}\right)^2, & a \leq x \leq \frac{a+b}{2} \\ 2\left(b - \frac{x}{b-a}\right)^2, & \frac{a+b}{2} \leq x \leq b \\ 0, & x \geq b \end{cases}$$



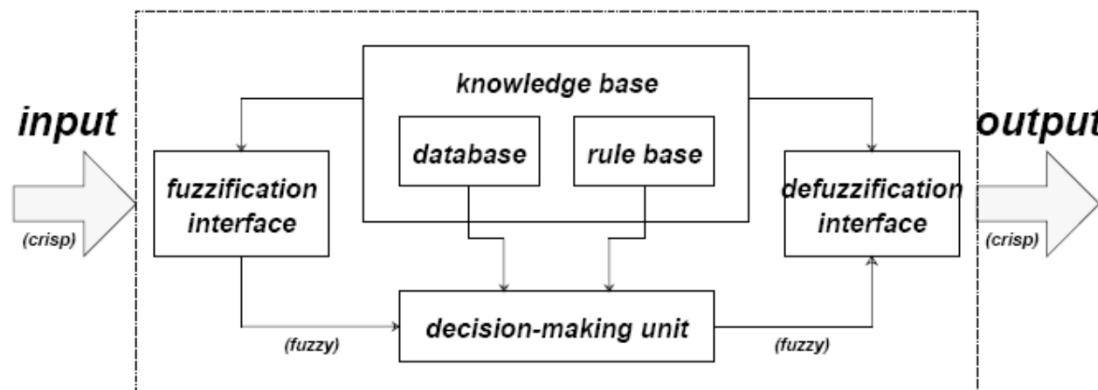
Zvonasta f-j pripadnosti

$$f(x; a, b, c) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x-c}{a} \right|^{2b}}$$



## Fazi sistemi zaključivanja

- **baza pravila** (engl. *rule base*) sadrži određeni broj if-then fazi pravila
- **baza podataka** (engl. *database*) koja definiše funkcije pripadnosti ulaznih/izlaznih varijabli koje se koriste u fazi pravilima
- **jedinica za donošenje odluka** (engl. *decision-making unit*) koja obavlja operaciju zaključivanja
- **fazifikator** (engl. *fuzzification interface*) koji transformiše krisp ulaz u stepen pripadnosti određenoj lingvističkoj vrednosti
- **defazifikator** (engl. *defuzzification interface*) koji fazi rezultat zaključivanja transformiše u krisp izlaz





## **FAZI LOGIKA**

### ***-kupovina automobila-***

Automobil: brz, kul, ne previše star i ne previše skup

1. Cena <11000 \$
2. Starost < 5 god.
3. Brzina > 185 km/h
4. „Cool“ – BMW, Audi, Mercedes

Marka	Starost	Cena	Brzina
Opel	2	12 000	165
Ford	8	8 000	190
Lada	2	13 000	160
Volvo	6	10 000	205
Mercedes	7	9 000	210
Smart	1	12 000	160



## **FAZI LOGIKA** *-kupovina automobila-*

Marka	„brz“	„nov“	„jeftin“	„cool“	Fuzzy auto
Opel	0,1	0,8	0,4	0,3	<b>0,4</b>
Ford	0,6	0,2	0,8	0,4	<b>0,5</b>
Lada	0	0,8	0,3	0	<b>0,3</b>
Volvo	0,9	0,4	0,6	0,7	<b>0,65</b>
Mercedes	<b>1</b>	<b>0,3</b>	<b>0,7</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>
Smart	0	1	0,4	0,8	<b>0.55</b>

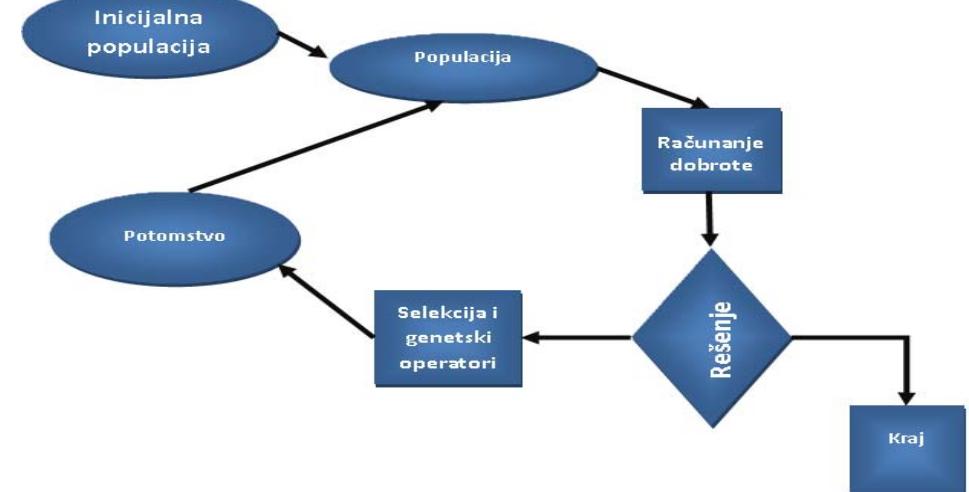


## GENETSKI ALGORITMI

**Genetski algoritmi** su algoritmi pretrage opšte namene koji koriste principe inspirisane prirodnom genetikom. Osnovna ideja je da se održava populacija struktura znanja, koja evoluira tokom vremena kroz proces konkurenčije i kontrolisanih varijacija. Svaka struktura u populaciji predstavlja kandidata za rešenje specifičnog problema i ima pridruženu ocenu prilagođenosti (dobrotu), koja određuje koje strukture se koriste za kreiranje novih u procesu konkurenčije i takmičenja.

Prednosti:

- optimizacija kako kontinualnih tako diskretnih promenljivih;
- neprekidnost funkcije nije potreban uslov;
- simultano traženje rešenja iz širokog skupa mogućih rešenja, inteligentno približavanje tačnom rešenju;
- uspešno se primenjuje kod velikog broja nezavisno promenljivih veličina;
- nema tendenciju padanja u lokalne optimume (veliki problem klasičnih metoda);
- uspešno se primenjuje nad generisanim podacima - eksperimentalnim ili analitičkim funkcijama.



*Veličine u GA, odnosno hromozomi prikazuju se: binarno (binarnim brojevima), celim ili realnim brojevima. Zavisno od prirode procesa koji se optimizira primenjuje se i adekvatan tip hromozoma.*



**Selekcija** je proces kojim se osigurava prenošenje boljeg genetskog materijala iz generacije u generaciju. Postupci selekcije međusobno se razlikuju po načinu odabira hromozoma koji će se preneti u sledeću generaciju. Prema načinu prenošenja genetskog materijala selekcije se dele na:

- **generacijske selekcije** – proces izabere najbolje jedinke i od njih kreira novu generaciju;
- **eliminacijske selekcije** – proces selekcije eliminiše najgore jedinke iz te generacije.

**Ukrštanje** je proces u kojem se od dva roditelja, parenjem njihovih gena, dobiju jedan ili dva hromozoma koji predstavljaju njihovo potomstvo. Ukrštanje u GA pomoću računara uveliko zavisi od tipa hromozoma. Kada je hromozom prikazan u obliku vektora bitova (binarni hromozom), postoji nekoliko načina ukrštanja:

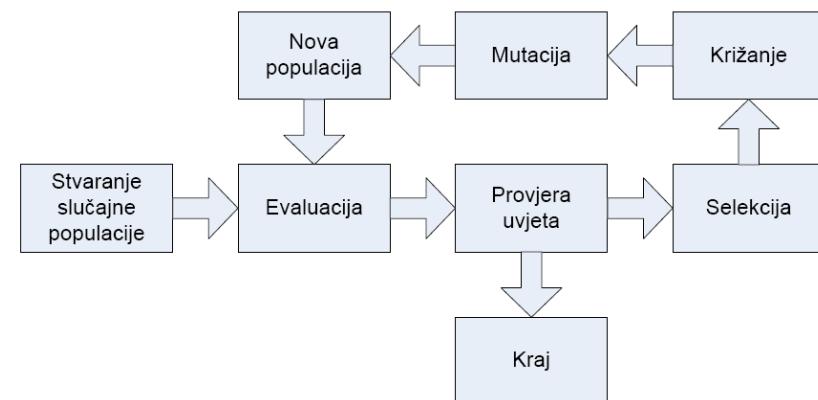
1. Ukrštanje s jednom tačkom prekida
2. Ukrštanje s dve tačke prekida;
3. Jednoliko ukrštanje.

**Mutacija** kao i sama pojava u prirodi dovodi do toka da se u hromozomu ili jedinki unosi potpuno novi genetski materijal. Ona uglavnom pomaže da se izbegne “padanje” u lokalni optimum funkcije cilja. Primenom mutacija postiže se raznolikost genetskog materijala i omogućava pretraživanje novih – potencijalno najboljih rešenja



## Algoritam GA

- Postoji (formira se) populacija jedinki.
- Svaka jedinka (hromosom) je jedno moguće rešenje zadanog problema (npr. vrednost promenjive  $x$ ). Svakoj jedinki možemo odrediti njezinu dobrotu (engl. *fitness*).
- Dobrotu jedinke određuje se tako što izračunamo vrednost funkcije u toj tački (što je vrednost funkcije veća, to je jedinka lošija - problem minimizacije funkcije).
- Operatorom *selekcije* (engl. *selection*) biraju se iz populacije jedinke koje postaju *roditelji*.
- Roditelji pomoću operatora *ukrštanja* (engl. *crossover*) stvaraju decu, čime se emulira izmena genetskog materijala (engl. *recombination*).
- Nad decom potom deluje operator *mutacije* (engl. *mutation*).
- Konačno, operatorom *zamene* (engl. *reinsertion*) deca ulaze u populaciju rešenja, čime se zatvara ciklus rada algoritma.





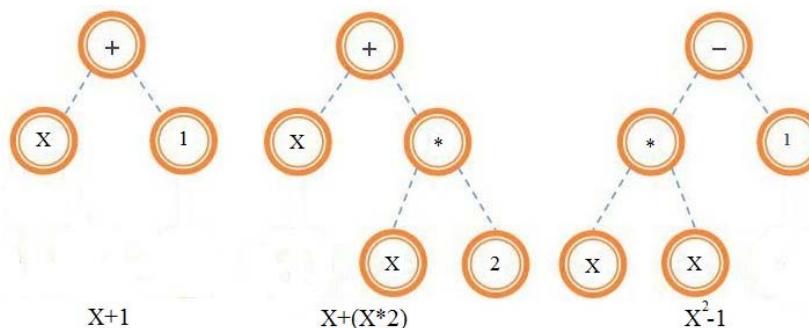
## Genetsko programiranje

Inženjerska metoda koja rešava određene probleme iz oblasti statistike modeliranja inženjerskih problema. Genetski algoritmi su preteča genetskog programiranja.

Ideja - formirati hromozome koji predstavljaju kompjuterske programe nad kojim bi se vršile operacije ukrštanja i mutacija i tako bi se dolazilo do kompjuterskog programa koji bi rešavao određeni problem.

LISP –programski jezik

- U GP hromosomi u populaciji su u obliku hijerarhijske strukture, sastavljeni od primitivnih funkcija i terminala za pojedina problemska područja.
- Skup primitivnih funkcija od kojih su hromozomi sastavljeni čine aritmetičke operacije, matematičke funkcije, Bulove logičke operatore i posebne funkcije specifične za pojedine probleme.
- Skup terminala koji takođe čine strukturu hromozoma obično su sastavljeni od ulaznih parametara procesa i različitih numeričkih konstanti

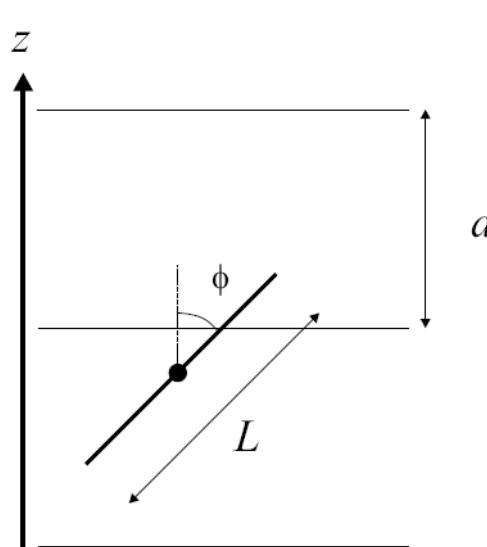




## Monte Carlo

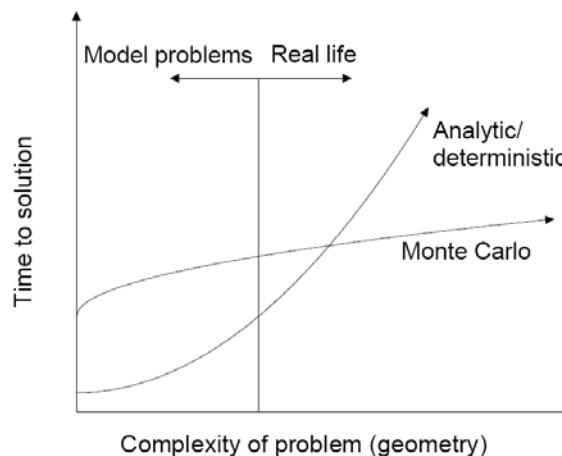
**Monte Carlo** metod je metod rešavanja nekog matematičkog problema upotrebom (pseudo-)slučajnih brojeva.

Umesto sistematskog pretraživanja čitavog područja definicije problema, pretražuju se samo "slučajno" odabrane tačke u tom području, pa se traži optimum među tim tačkama. Često se tako odabrane tačke upotrebljavaju kao početni uslovi za lokalnu matematičku optimizaciju.

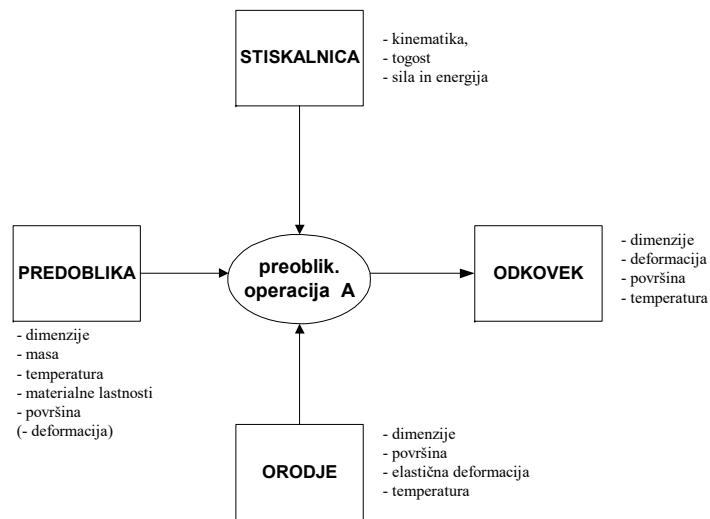
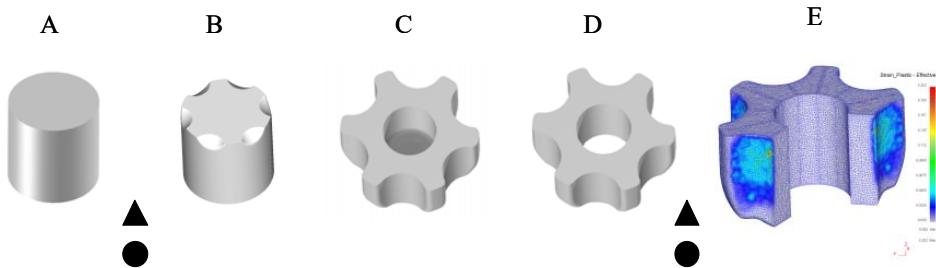


$$P = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} dz \frac{1}{\pi} \int_0^\pi d\phi \theta \left( \frac{L}{2} \cos \phi - |z| \right) = \frac{2}{\pi} \frac{L}{d}$$

$$x = \begin{cases} 1 & (\text{seče}) \\ 0 & (\text{ne seče}) \end{cases} \quad \bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$



Comte de Buffon (1777)



$$d_{2sr} := 33,44936 + 0,0189 * v_1 - \\ 0,00045 * m_2 + 0,3735 * d_{1sr} + 0,00228 * d_{1zg} - 0,00672 * v_2 - \\ 0,0022 * m_1$$

