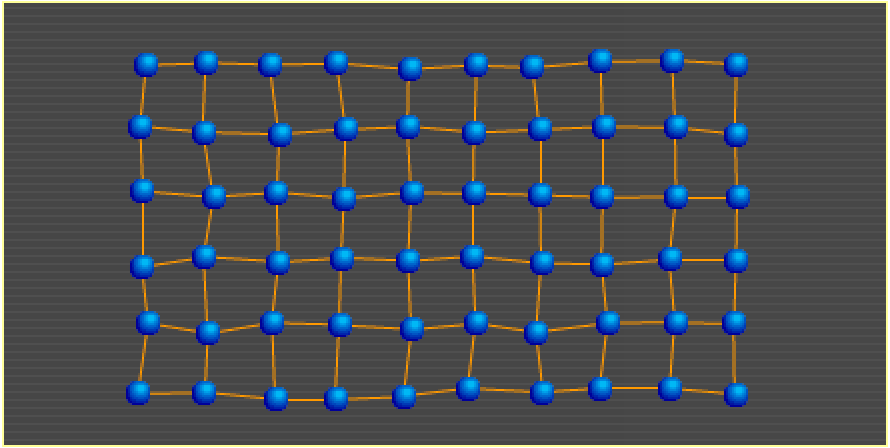
TERMIČKA OBRADA SAVREMENIH ALATA

OSNOVE PRENOSA TOPLOTE

UVODNE NAPOMENE

TOPLOTA I PRENOS TOPLOTE

- Šta su toplota i temperatura?

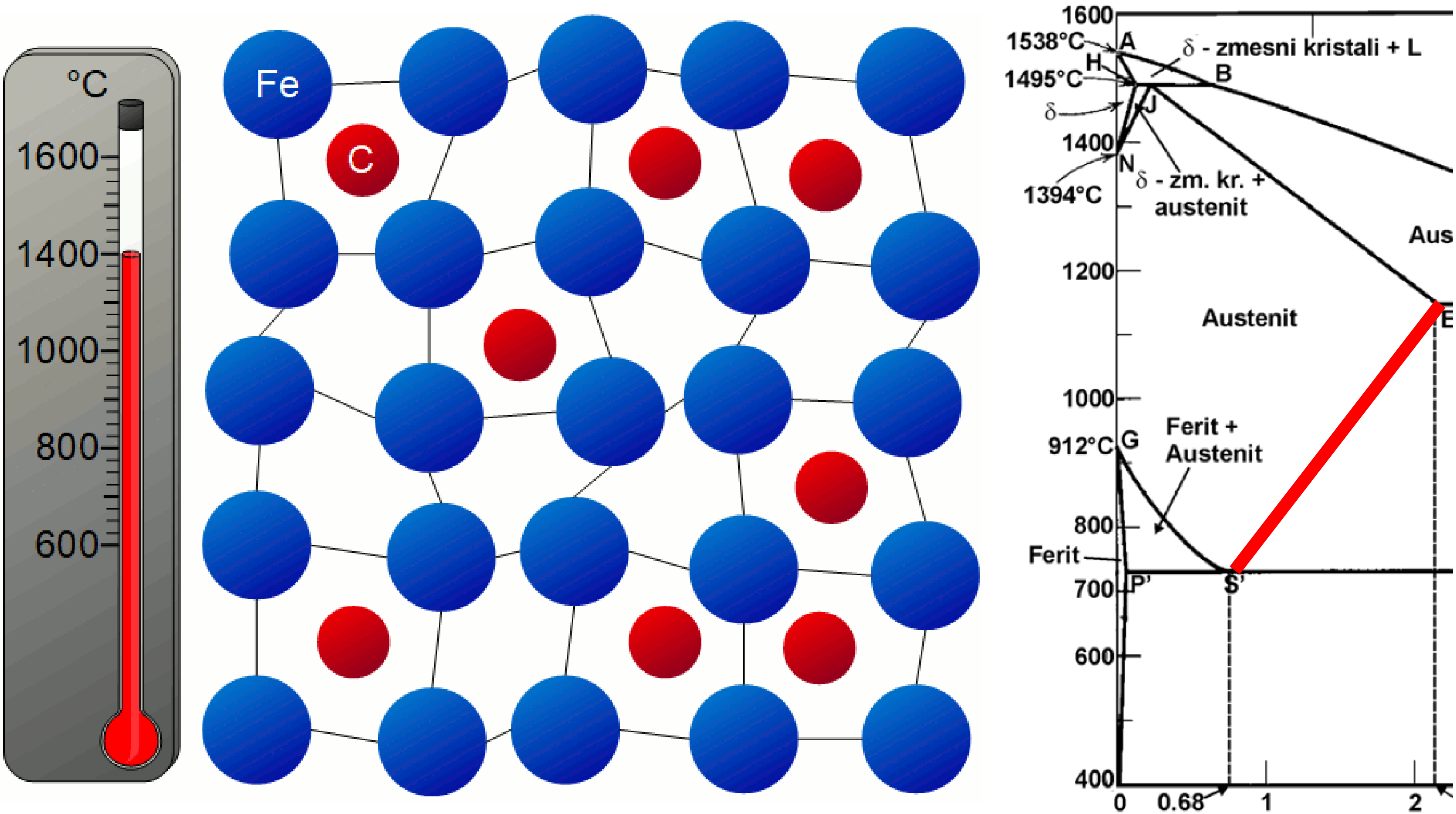


Q

Izvor: https://www.pbs.org/wgbh/nova/wtc/meta-heat.html

Uvodne napomene

Toplota i prenos toplote



https://www.tec-science.com/material-science/iron-carbon-phase-diagram/phase-transformations-in-solidified-state-metastable-system/

UVODNE NAPOMENE

TOPLOTA I PRENOS TOPLOTE

- Specifični toplotni kapacitet

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$$

c – specifični toplotni kapacitet [J/kg°C]; m – masa komada [kg]; Q – količina toplote [J]; ΔT – promena temperature tela [°C].

Uvodne napomene

Toplota i prenos toplote

- Specifični toplotni kapacitet

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$$

c – specifični toplotni kapacitet [J/kg°C]; *m* – masa komada [kg]; *Q* – količina toplote [J]; *ΔT* – promena temperature tela [°C].

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T} \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

UVODNE NAPOMENE

TOPLOTA I PRENOS TOPLOTE

- Toplotni protok

$$q = \frac{\partial Q}{\partial \tau}$$

UVODNE NAPOMENE

TOPLOTA I PRENOS TOPLOTE

- Toplotni protok

$$q = \frac{\partial Q}{\partial \tau}$$

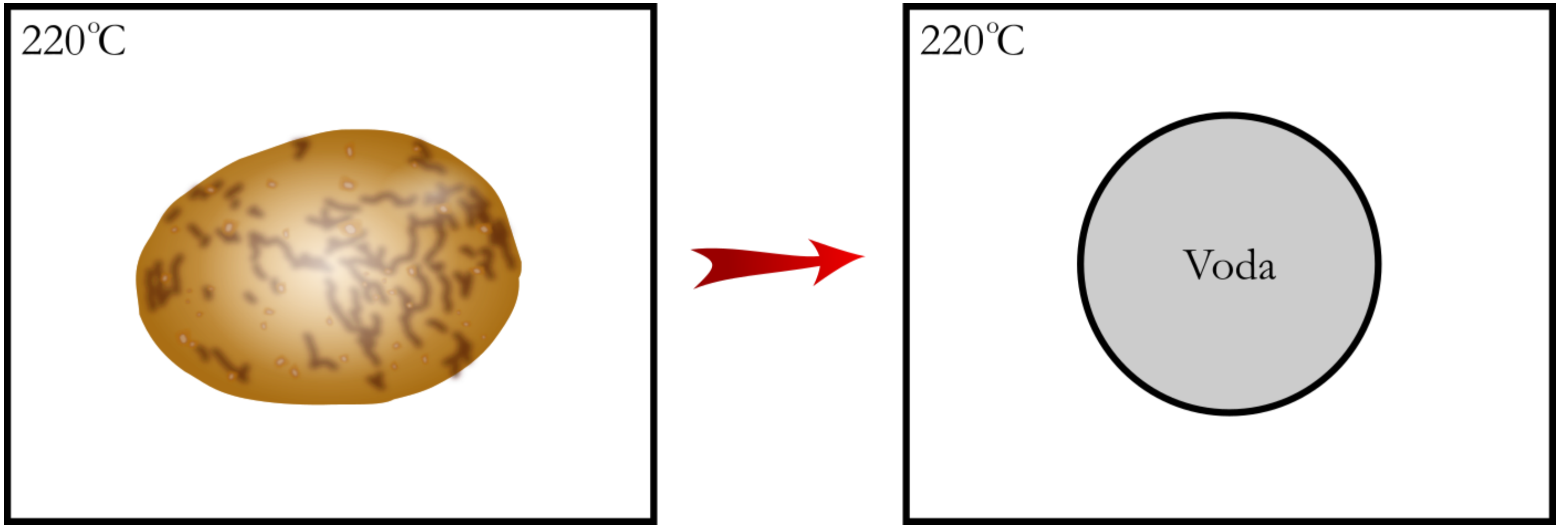
- Objedinjavanjem navedene dve jednačine za neki temperaturni interval, dobijamo srednji toplotni protok u posmatranom vremenskom intervalu:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow \boxed{q = \frac{m \cdot c \cdot \Delta T}{\Delta \tau}}$$

UVODNE NAPOMENE

TOPLOTA I PRENOS TOPLOTE

- U ovom kursu (između ostalog) se bavimo primenjenom teorijom prenosa toplote



Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

Uvodne napomene

Toplota i prenos toplote

- Osnovni mehanizmi (načini) prenosa toplote:
  - Provođenje (kondukcija)
  - Konvekcija
  - Zračenje (radijacija)

PRENOS TOPLOTE PROVOĐENJEM (KONDUKCIJA)

FURIJEOV ZAKON

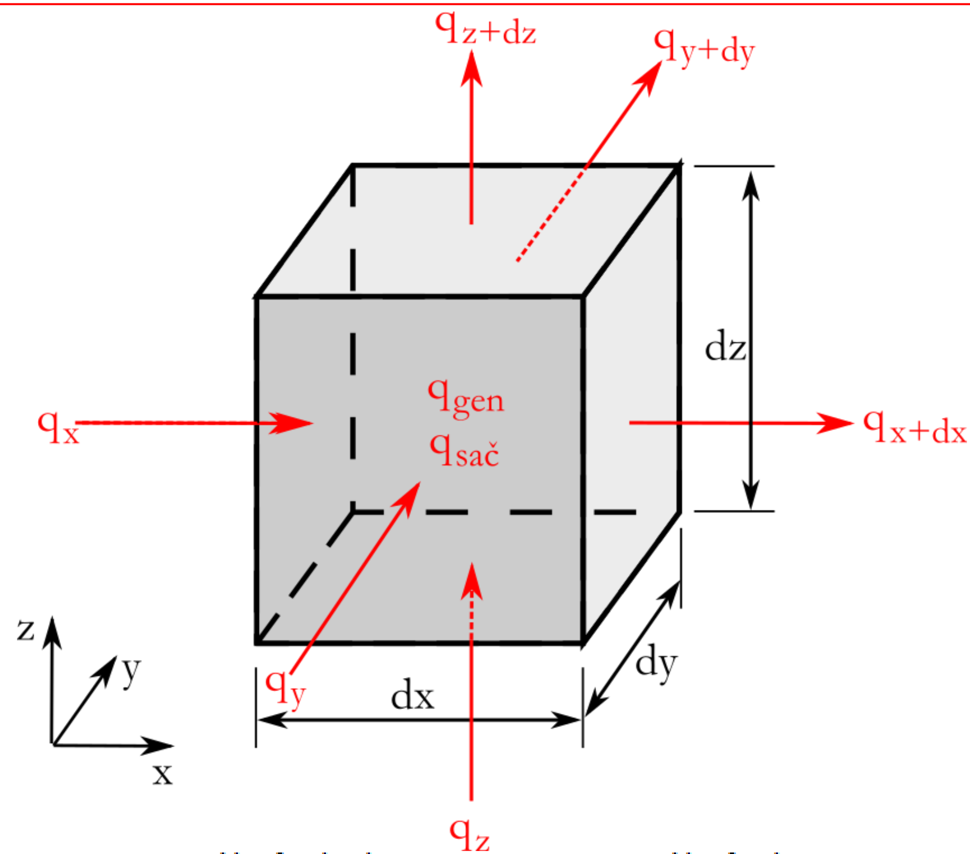
- Specifični toplotni protok [W/m²]

$$\overrightarrow{q''} = -\lambda \times \vec{\nabla} T = -\lambda \times \left(\vec{i}\frac{\partial T}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial T}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial T}{\partial z} \right)$$

λ – koeficijent toplotne provodljivosti [W/m°C]

PRENOS TOPLOTE PROVOĐENJEM (KONDUKCIJA)

DIFERENCIJALNA JEDNAČINA PROVOĐENJA TOPLOTE

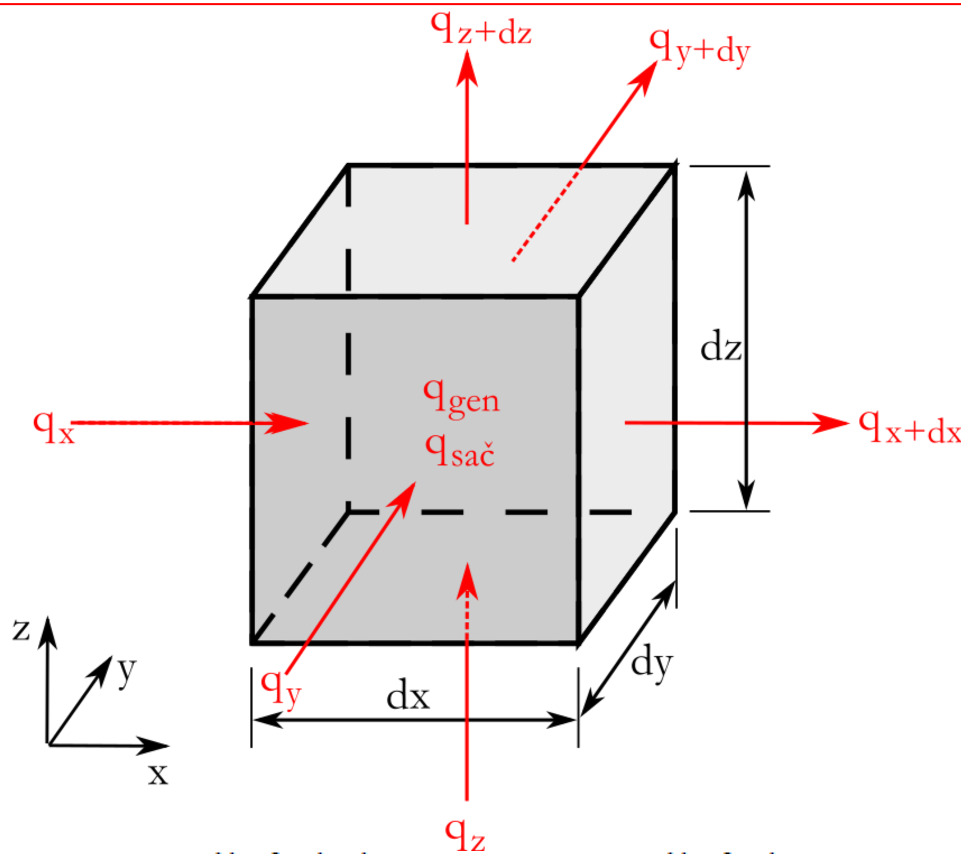


$$\begin{pmatrix} \textit{energija koja} \\ \textit{ulazi u kontrolnu} \\ \textit{zapreminu} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \textit{energija koja je} \\ \textit{generisana unutar} \\ \textit{kontrolne zapremine} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \textit{energija koja} \\ \textit{izlazi iz kontrolne} \\ \textit{zapremine} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \textit{energija} \\ \textit{sačuvana unutar} \\ \textit{kontrolne zapremine} \end{pmatrix}$$

Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

Prenos toplote provođenjem (kondukcija)

Diferencijalna jednačina provođenja toplote



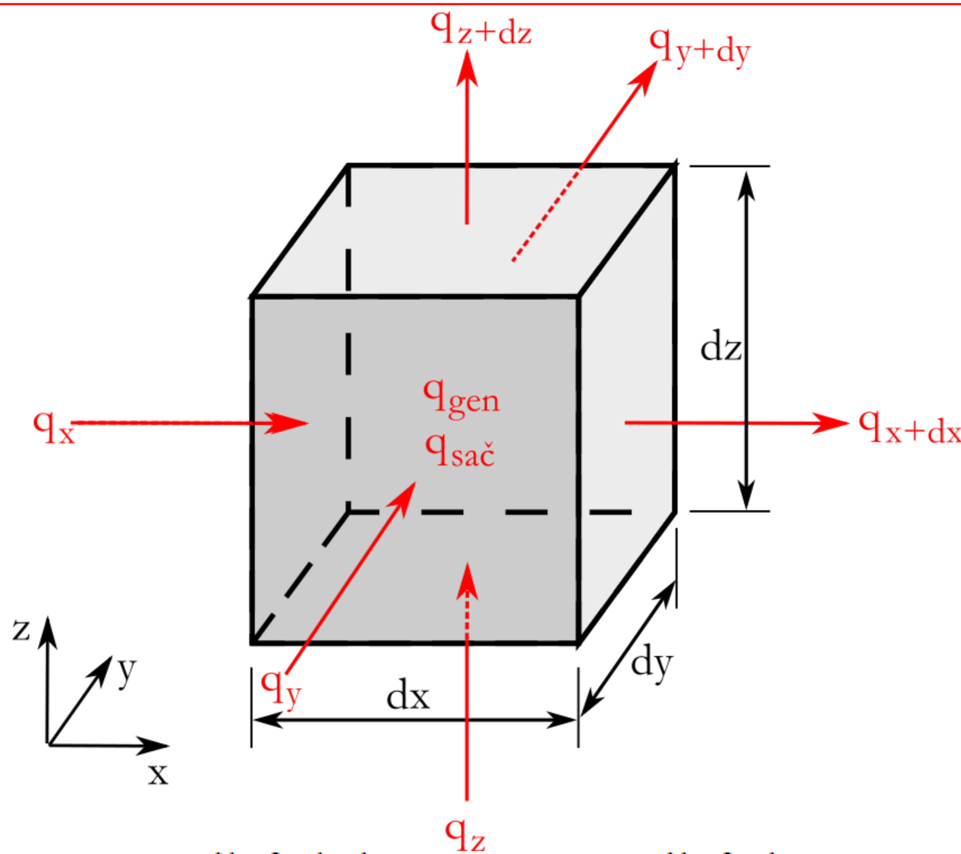
$$\left(\begin{array}{c}\textit{energija koja}\\ \textit{ulazi u kontrolnu}\\ \textit{zapreminu}\end{array}\right)+\left(\begin{array}{c}\textit{energija koja je}\\ \textit{generisana unutar}\\ \textit{kontrolne zapremine}\end{array}\right)-\left(\begin{array}{c}\textit{energija koja}\\ \textit{izlazi iz kontrolne}\\ \textit{zapremine}\end{array}\right)=\left(\begin{array}{c}\textit{energija}\\ \textit{sačuvana unutar}\\ \textit{kontrolne zapremine}\end{array}\right)$$

$$Q_{ul} + Q_{gen} - Q_{iz} = Q_{sač}$$

Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

PRENOS TOPLOTE PROVOĐENJEM (KONDUKCIJA)

DIFERENCIJALNA JEDNAČINA PROVOĐENJA TOPLOTE



$$\begin{pmatrix} \textit{energija koja} \\ \textit{ulazi u kontrolnu} \\ \textit{zapreminu} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \textit{energija koja je} \\ \textit{generisana unutar} \\ \textit{kontrolne zapremine} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \textit{energija koja} \\ \textit{izlazi iz kontrolne} \\ \textit{zapremine} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \textit{energija} \\ \textit{sačuvana unutar} \\ \textit{kontrolne zapremine} \end{pmatrix}$$

$$Q_{ul} + Q_{gen} - Q_{iz} = Q_{sač}$$

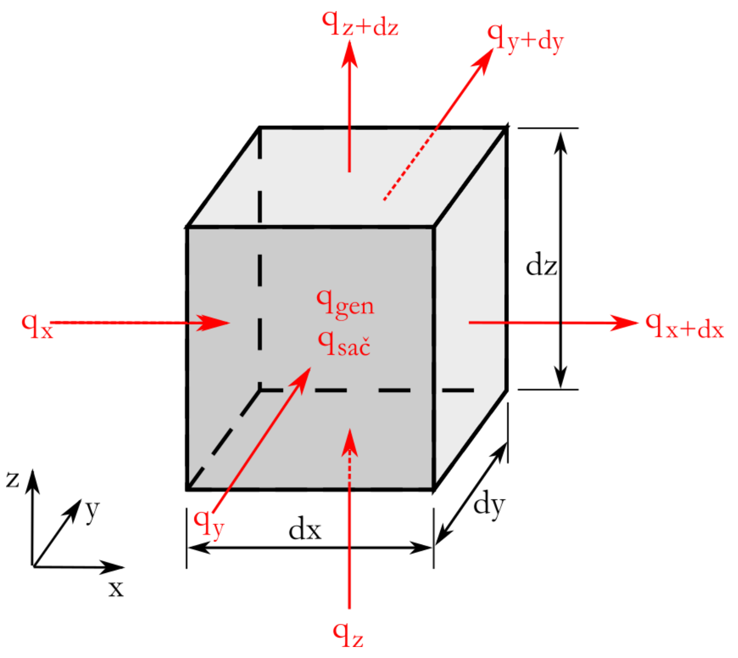
$$\boxed{q_{ul} + q_{gen} - q_{iz} = q_{sač}}$$

Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

PRENOS TOPLOTE PROVOĐENJEM (KONDUKCIJA)

DIFERENCIJALNA JEDNAČINA PROVOĐENJA TOPLOTE

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T \quad \Rightarrow \quad q_{sač} = dm \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} = \rho \cdot dV \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} dxdydz$$



Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

PRENOS TOPLOTE PROVOĐENJEM (KONDUKCIJA)

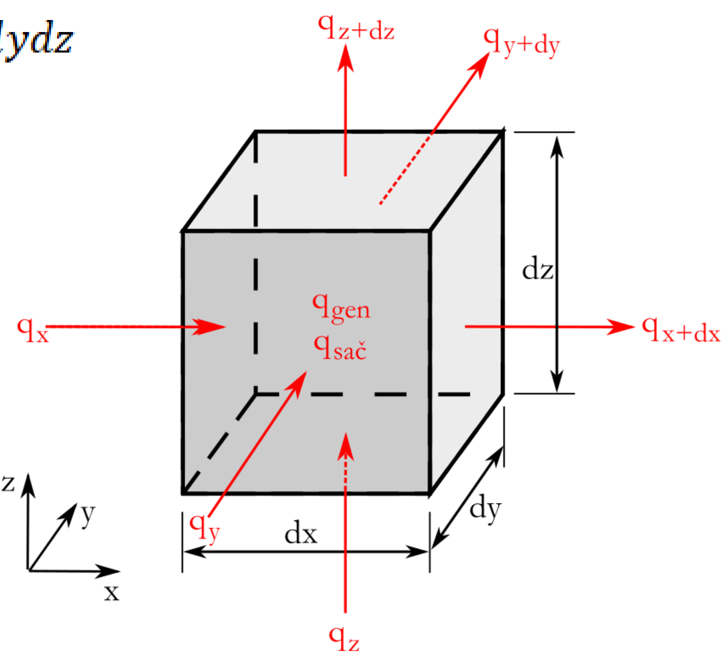
DIFERENCIJALNA JEDNAČINA PROVOĐENJA TOPLOTE

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow q_{sač} = dm \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} = \rho \cdot dV \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} dxdydz$$

$$\boxed{q_{ul} + q_{gen} - q_{iz} = q_{sač}}$$

$$\Downarrow$$

$$q_x + q_y + q_z + q_{gen} - q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} dxdydz$$



Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

PRENOS TOPLOTE PROVOĐENJEM (KONDUKCIJA)

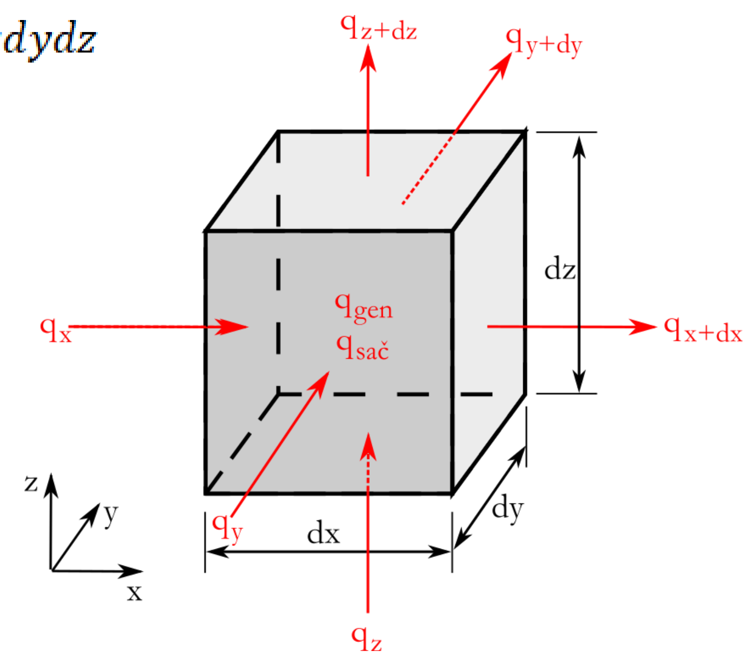
DIFERENCIJALNA JEDNAČINA PROVOĐENJA TOPLOTE

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow q_{sač} = dm \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} = \rho \cdot dV \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} dxdydz$$

$$\boxed{q_{ul} + q_{gen} - q_{iz} = q_{sač}}$$

$$\Downarrow$$

$$q_x + q_y + q_z + q_{gen} - \underline{q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz}} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} dxdydz$$



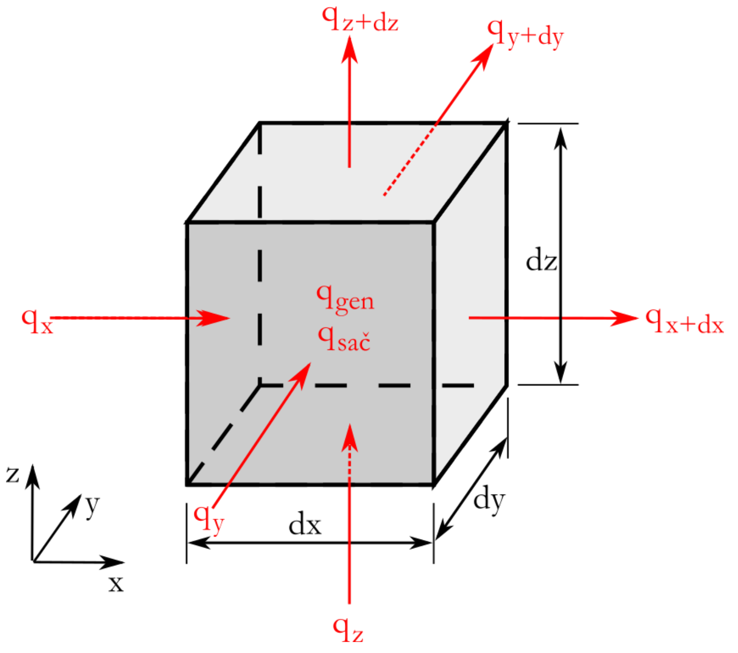
Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

PRENOS TOPLOTE PROVOĐENJEM (KONDUKCIJA)

DIFERENCIJALNA JEDNAČINA PROVOĐENJA TOPLOTE

$$q_x + q_y + q_z + q_{gen} - \underline{q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz}} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} dxdydz$$

$$T_n(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$



Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

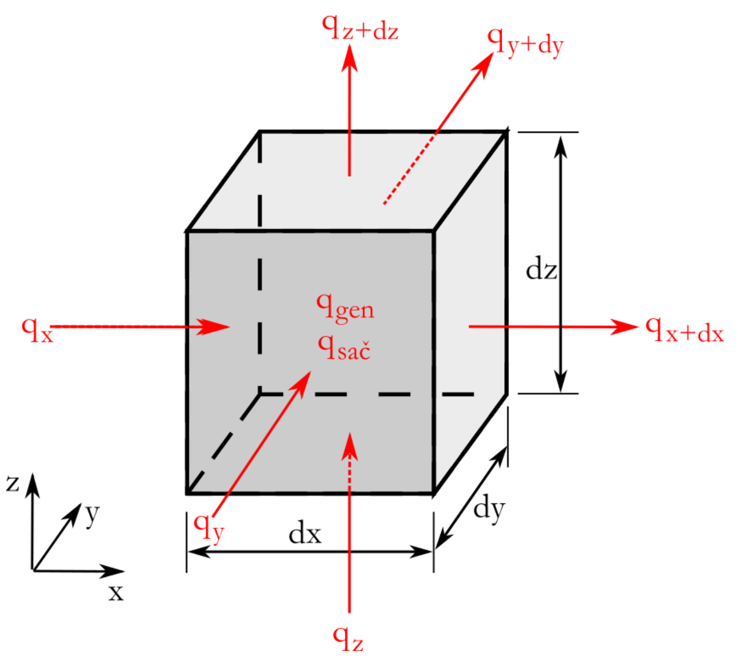
PRENOS TOPLOTE PROVOĐENJEM (KONDUKCIJA)

DIFERENCIJALNA JEDNAČINA PROVOĐENJA TOPLOTE

$$q_x + q_y + q_z + q_{gen} - \underline{q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz}} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} dxdydz$$

$$\boxed{T_n(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a)} + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx$$
$$q_{y+dy} = q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy$$
$$q_{z+dz} = q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz$$



Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

PRENOS TOPLOTE PROVOĐENJEM (KONDUKCIJA)

DIFERENCIJALNA JEDNAČINA PROVOĐENJA TOPLOTE

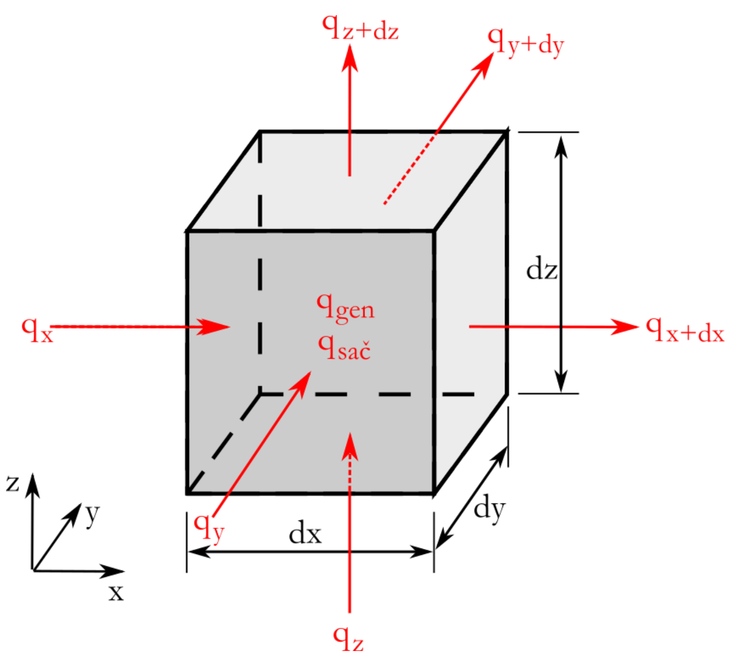
$$\cancel{q_x} + q_y + q_z + q_{gen} - \underline{q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz}} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} dxdydz$$

$$q_{x+dx} = \cancel{q_x} + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx$$

$$q_{y+dy} = q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy$$

$$q_{z+dz} = q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz$$

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} dx - \frac{\partial q_y}{\partial y} dy - \frac{\partial q_z}{\partial z} dz + q_{gen} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} dxdydz$$



Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

PRENOS TOPLOTE PROVOĐENJEM (KONDUKCIJA)

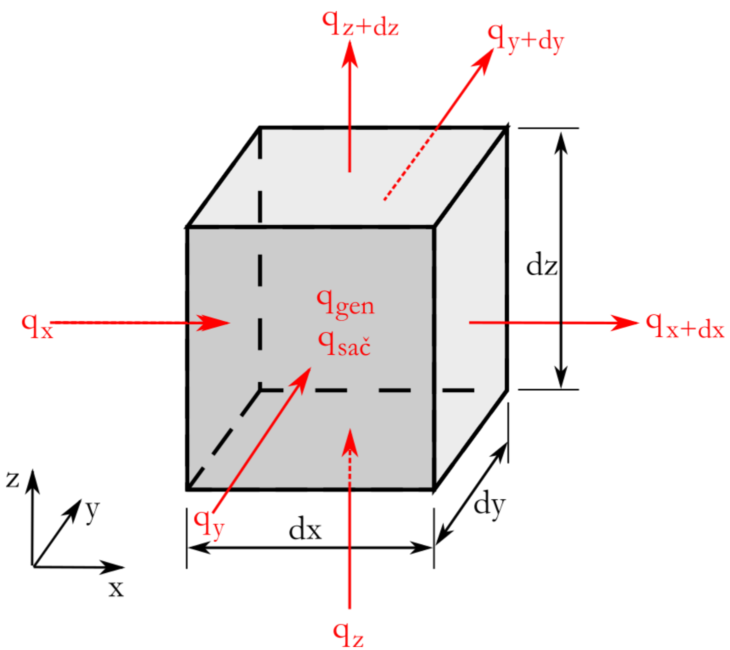
DIFERENCIJALNA JEDNAČINA PROVOĐENJA TOPLOTE

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x}dx - \frac{\partial q_y}{\partial y}dy - \frac{\partial q_z}{\partial z}dz + q_{gen} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} dxdydz$$

$$q_x = -\lambda \cdot dy \cdot dz \cdot \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$q_y = -\lambda \cdot dx \cdot dz \cdot \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$q_z = -\lambda \cdot dx \cdot dy \cdot \frac{\partial T}{\partial z}$$



Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

PRENOS TOPLOTE PROVOĐENJEM (KONDUKCIJA)

DIFERENCIJALNA JEDNAČINA PROVOĐENJA TOPLOTE

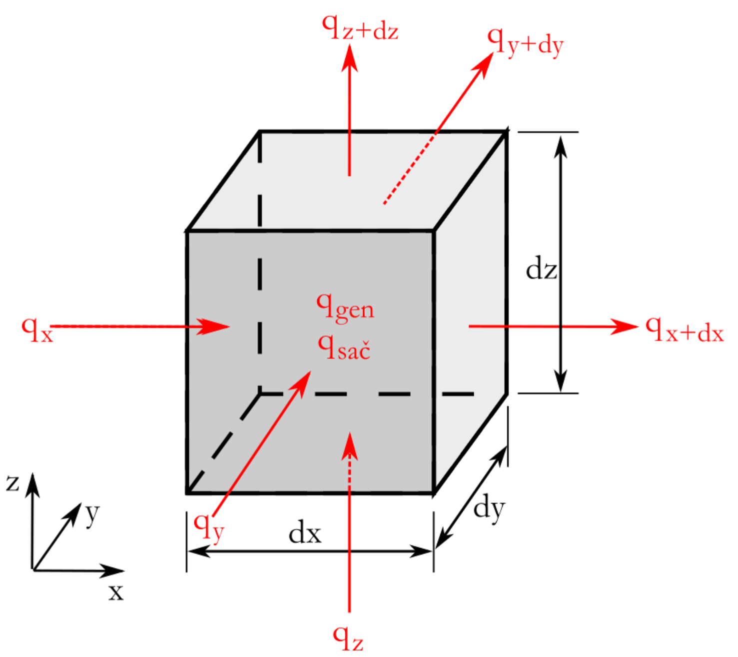
$$-\frac{\partial q_x}{\partial x}dx-\frac{\partial q_y}{\partial y}dy-\frac{\partial q_z}{\partial z}dz+q_{gen}=\rho c_p\frac{\partial T}{\partial \tau}dxdydz$$

$$q_x=-\lambda\cdot dy\cdot dz\cdot\frac{\partial T}{\partial x}$$

$$q_y=-\lambda\cdot dx\cdot dz\cdot\frac{\partial T}{\partial y}$$

$$q_z=-\lambda\cdot dx\cdot dy\cdot\frac{\partial T}{\partial z}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\frac{q_{gen}}{dxdydz}=\rho c_p\frac{\partial T}{\partial \tau}$$



Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

PRENOS TOPLOTE PROVOĐENJEM (KONDUKCIJA)

DIFERENCIJALNA JEDNAČINA PROVOĐENJA TOPLOTE

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x}dx-\frac{\partial q_y}{\partial y}dy-\frac{\partial q_z}{\partial z}dz+q_{gen}=\rho c_p\frac{\partial T}{\partial \tau}dxdydz$$

$$q_x=-\lambda\cdot dy\cdot dz\cdot\frac{\partial T}{\partial x}$$

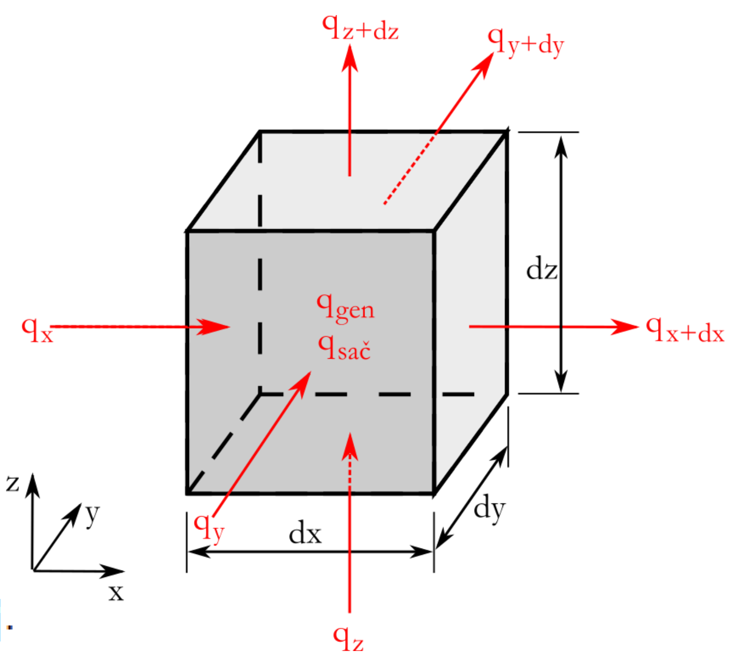
$$q_y=-\lambda\cdot dx\cdot dz\cdot\frac{\partial T}{\partial y}$$

$$q_z=-\lambda\cdot dx\cdot dy\cdot\frac{\partial T}{\partial z}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\frac{q_{gen}}{dxdydz}=\rho c_p\frac{\partial T}{\partial \tau}$$

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial \tau}=\frac{\lambda}{\rho c_p}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)=a\nabla^2 T}$$

gde je $a=\lambda/(c_p\cdot\rho)$ toplotna difuzivnost materijala [m²/s].



Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

Prenos toplote provođenjem (kondukcija)

Početni i granični uslovi

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho c_p}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) = a\nabla^2 T$$

$$\int dx = x + C$$

Početni uslov (najčešće, može biti i krajnji, ili bilo koji proizvodlji trenutak)

$$T(x, y, z, 0) = f(x, y, z)$$

Granični uslovi:

- Dirihleov uslov: poznata je raspodela temperatura na površini tela

$$T\left(x_{pov}, \tau\right) = T_{pov}(\tau)$$

- Nojmanov uslov: poznat je toplotni protok kroz površinu

$$-\lambda \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=x_{pov}} = q''_{pov}$$

- Robinov uslov: poznati su temperatura okoline i koeficijent prenosa toplote

$$-\lambda \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=x_{pov}} = \alpha \cdot \left(T_{okoline} - T\left(x_{pov}, \tau\right)\right)$$

PRENOS TOPLOTE PROVOĐENJEM (KONDUKCIJA)

POČETNI I GRANIČNI USLOVI

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho c_p}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) = a\nabla^2 T$$

$$\int dx = x + C$$

- Idealan kontakt dva kruta tela

$$-\lambda_A \frac{\partial T_A}{\partial x}\bigg|_{x=x_{pov}} = -\lambda_B \frac{\partial T_B}{\partial x}\bigg|_{x=x_{pov}}$$

Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

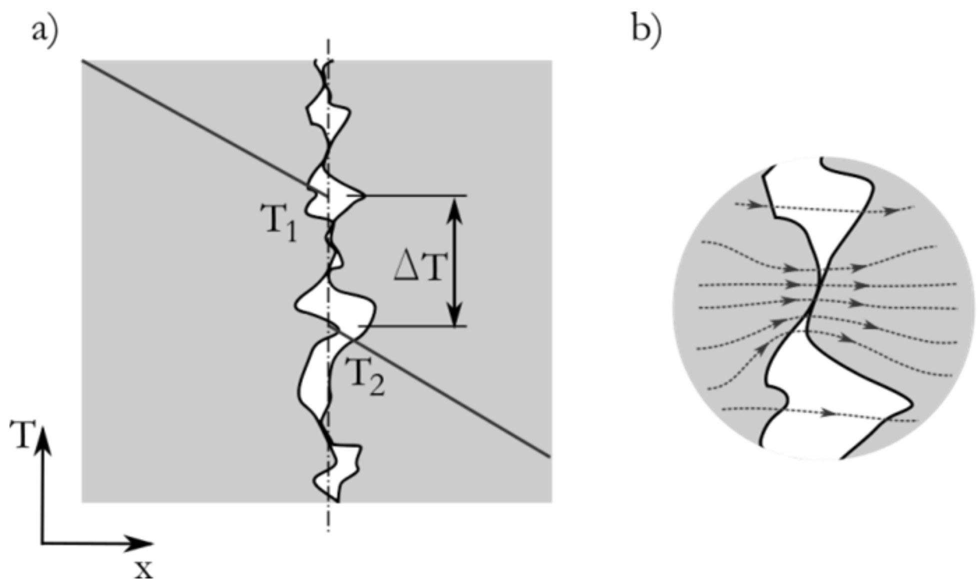
PRENOS TOPLOTE PROVOĐENJEM (KONDUKCIJA)

POČETNI I GRANIČNI USLOVI

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho c_p}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) = a\nabla^2 T \qquad \int dx = x + C$$

- Idealan kontakt dva kruta tela

$$-\lambda_A \frac{\partial T_A}{\partial x}\bigg|_{x=x_{pov}} = -\lambda_B \frac{\partial T_B}{\partial x}\bigg|_{x=x_{pov}}$$



PRENOS TOPLOTE PROVOĐENJEM (KONDUKCIJA)

STACIONARNI PROCES PROVOĐENJA TOPLOTE

- Jednačina difuzije toplote postaje:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\right)=0$$

- Za jednodimenzionalni proces provođenja toplote kroz beskonačan ravan zid:

$$\frac{d^2T}{dx^2}=0 \quad \longrightarrow \quad \left.\begin{aligned} T(x) &= C_1 x + C_2 \\ T(0) &= T_{pov1} \\ T(L) &= T_{pov2} \end{aligned}\right\} \quad \boxed{T(x)=\frac{(T_{pov2}-T_{pov1})}{L}x+T_{pov1}}$$

Što znači da se temperatura zida menja linearno u zavisnosti od *x* (Ovo važi samo za konstantnu toplotnu provodljivost!!)

PRENOS TOPLOTE PROVOĐENJEM (KONDUKCIJA)

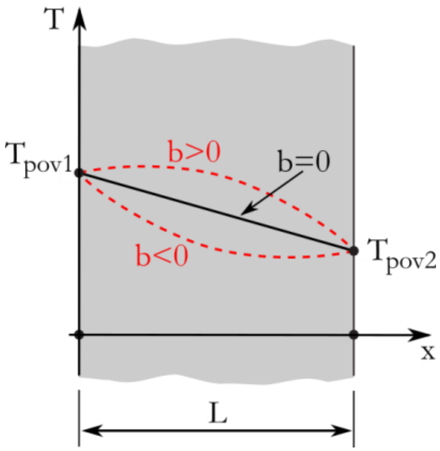
STACIONARNI PROCES PROVOĐENJA TOPLOTE

- Jednačina difuzije toplote postaje:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\right)=0$$

- Za jednodimenzionalni proces provođenja toplote kroz **beskonačan ravan zid**:

$$\frac{d^2T}{dx^2}=0 \quad \longrightarrow \quad \left.\begin{aligned} &T(x)=C_1x+C_2 \\ &T(0)=T_{pov1} \\ &T(L)=T_{pov2} \end{aligned}\right\} \quad \boxed{T(x)=\frac{(T_{pov2}-T_{pov1})}{L}x+T_{pov1}}$$



Što znači da se temperatura zida menja linearno u zavisnosti od *x* (Ovo važi samo za konstantnu toplotnu provodljivost!!)

Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

PRENOS TOPLOTE PROVOĐENJEM (KONDUKCIJA)

STACIONARNI PROCES PROVOĐENJA TOPLOTE: 1D BESKONAČAN RAVAN ZID

- Iz difuzione jednačine smo dobili raspored temperatura. Iz Furijeovog zakona određujemo toplotni protok:

$$q" = -\lambda \frac{dT}{dx}$$

$$\int_{x=0}^{L} q"\, dx = -\int_{T=T_{pov1}}^{T_{pov2}} \lambda dT$$

$$q" = -\lambda \frac{\left(T_{pov2} - T_{pov1}\right)}{L}$$

$$\boxed{q = -\lambda A \frac{\left(T_{pov2} - T_{pov1}\right)}{L}}$$

PRENOS TOPLOTE PROVOĐENJEM (KONDUKCIJA)

STACIONARNI PROCES PROVOĐENJA TOPLOTE: 1D BESKONAČAN RAVAN ZID

$$q = -\lambda A \frac{\left(T_{pov2} - T_{pov1}\right)}{L}$$

- Ovu jednačinu možemo napisati i na drugačiji način:

$$\frac{T_{pov1} - T_{pov2}}{q} = \frac{L}{\lambda A} \qquad R = \frac{L}{\lambda A}$$

$$\boxed{q = \frac{T_{pov1} - T_{pov2}}{R}}$$

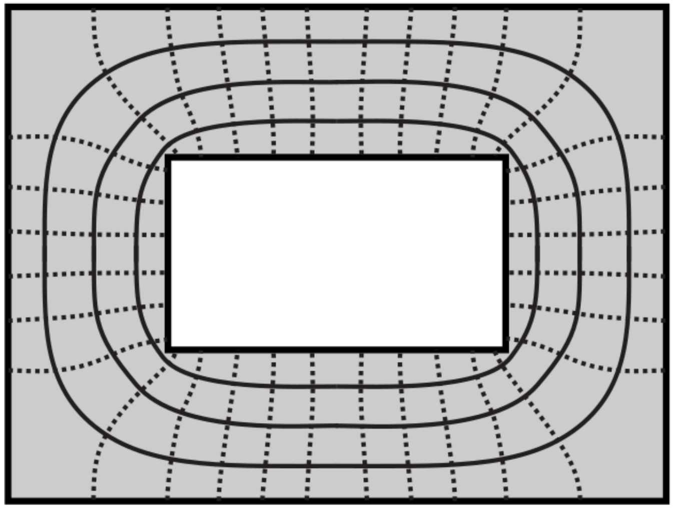
- Ovaj oblik je analogan Omovom zakonu

$$I_e = \frac{V_1 - V_2}{R_e} = \frac{U_e}{R_e}$$

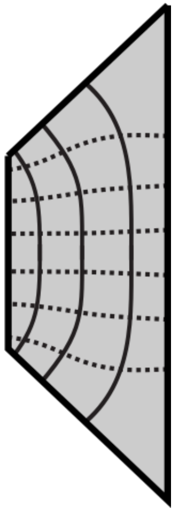
PRENOS TOPLOTE PROVOĐENJEM (KONDUKCIJA)

STACIONARNI PROCES PROVOĐENJA TOPLOTE: 1D KONAČAN RAVAN ZID

a)



b)

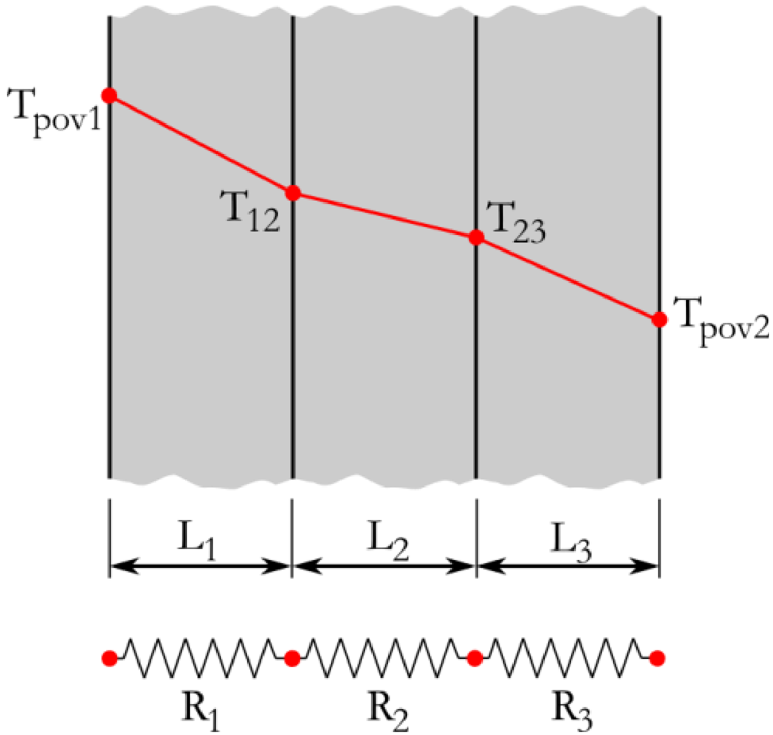


$$A_{rač} = \sqrt{A_{unutr} \cdot A_{spolj}}$$

Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

PRENOS TOPLOTE PROVOĐENJEM (KONDUKCIJA)

STACIONARNI PROCES PROVOĐENJA TOPLOTE: 1D VIŠESLOJNI RAVAN ZID



$$q = \frac{T_{pov1} - T_{pov2}}{R}$$

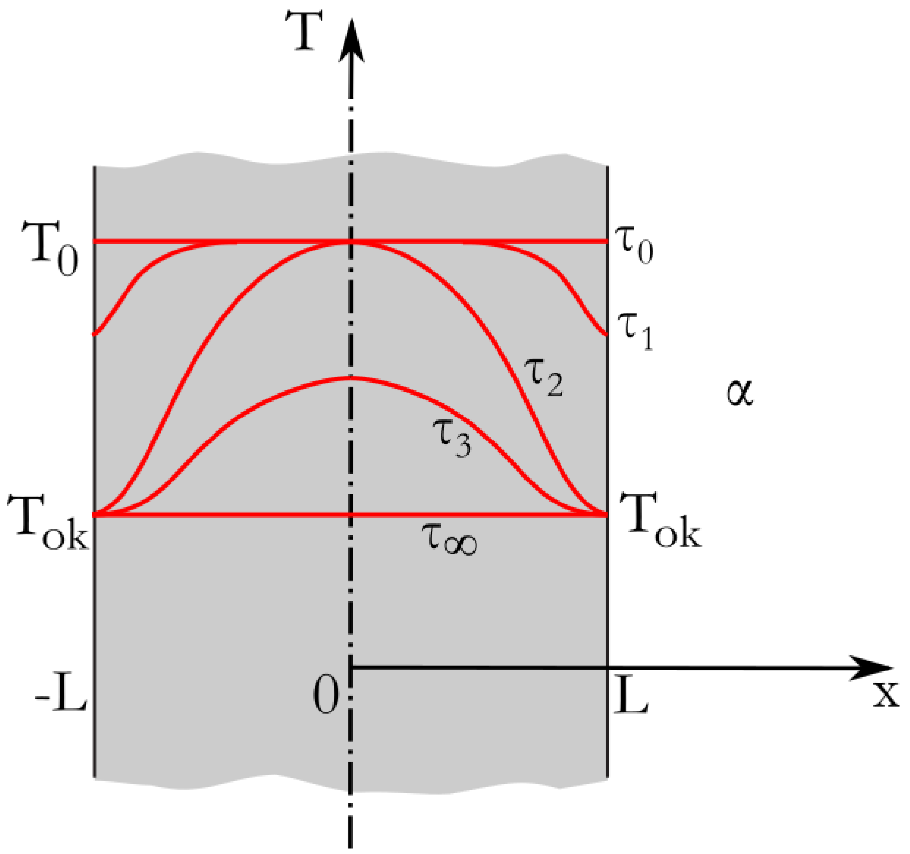
$$R_{uk} = R_1 + R_2 + R_3 = \frac{L_1}{\lambda_1 A_1} + \frac{L_2}{\lambda_2 A_2} + \frac{L_3}{\lambda_3 A_3}$$

Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

Prenos toplote provođenjem (kondukcija)

Nestacionarni proces provođenja toplote

- Hlađenje tankog lima

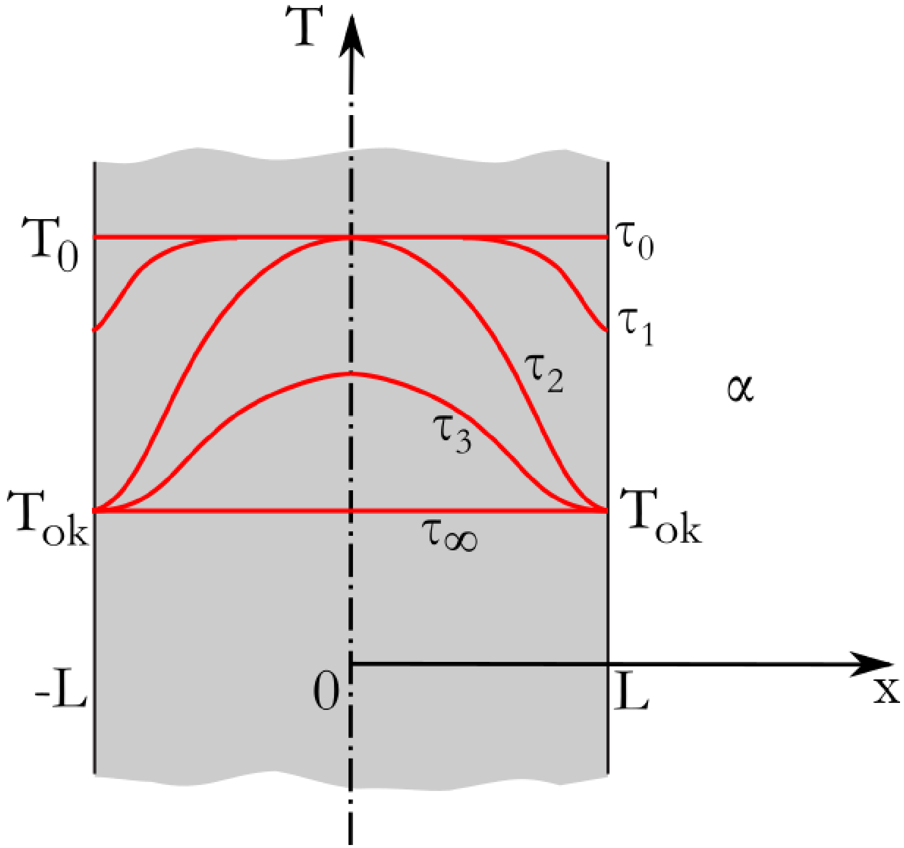


Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

PRENOS TOPLOTE PROVOĐENJEM (KONDUKCIJA)

NESTACIONARNI PROCES PROVOĐENJA TOPLOTE

- Hlađenje tankog lima



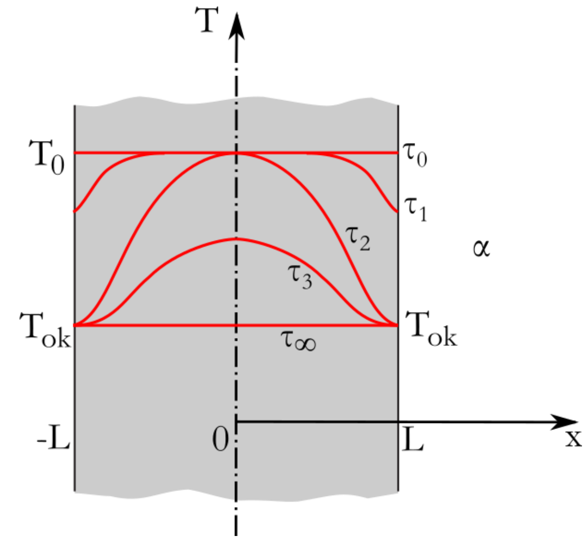
$$\boxed{\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau}}$$

Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

PRENOS TOPLOTE PROVOĐENJEM (KONDUKCIJA)

NESTACIONARNI PROCES PROVOĐENJA TOPLOTE

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\right) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau}$$



Početni uslov:

$$T(x,0) = T_0$$

Uvodimo ravan simetrije u osi:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{x=o} = 0$$

Spoljni zid ima granični uslov treće vrste:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{x=L} = \alpha \cdot \left(T_{ok} - T(L,\tau)\right)$$

Rešavanjem dobijamo kompleksnu jednačinu:

$$T = f\left(x, \tau, T_{ok}, T_0, L, \alpha, \lambda, \rho, c_p\right)$$

Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

PRENOS TOPLOTE PROVOĐENJEM (KONDUKCIJA)

NESTACIONARNI PROCES PROVOĐENJA TOPLOTE: KRITERIJUMI SLIČNOSTI

Temperaturni kriterijum: $$\theta = \frac{T - T_{ok}}{T_0 - T_{ok}}$$

Dužinski kriterijum: $$x^* = \frac{x}{L}$$

Biov broj: $$Bi = \frac{\alpha L}{\lambda}$$

Furijeov broj: $$Fo = \frac{\lambda \tau}{c_p \rho L^2} = \frac{a\tau}{L^2}$$

Čime:

$$T = f\left(x, \tau, T_{ok}, T_0, L, \alpha, \lambda, \rho, c_p\right) \longrightarrow \theta = f(x^*, Bi, Fo)$$

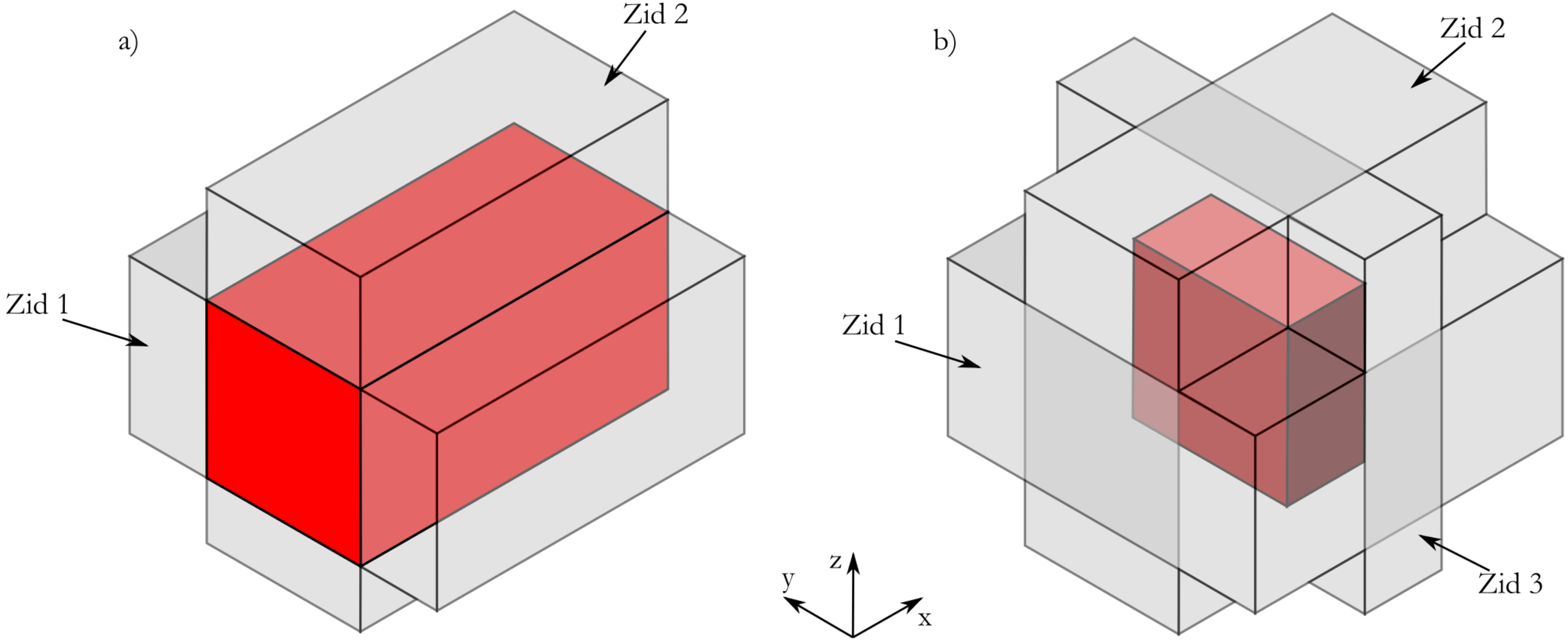
PRENOS TOPLOTE PROVOĐENJEM (KONDUKCIJA)

NESTACIONARNI PROCES PROVOĐENJA TOPLOTE: KRITERIJUMI SLIČNOSTI

Primenom principa superpozicije, moguće je i rešavanje problema jednostavnih konačnih geometrija:

$$\theta_{šipke}(y,z,\tau) = \theta_{zid\,1}(z,\tau) \cdot \theta_{zid\,2}(y,\tau)$$

$$\theta_{prizme}(x,y,z,\tau) = \theta_{zid\,1}(z,\tau) \cdot \theta_{zid\,2}(y,\tau) \cdot \theta_{zid\,3}(x,\tau)$$

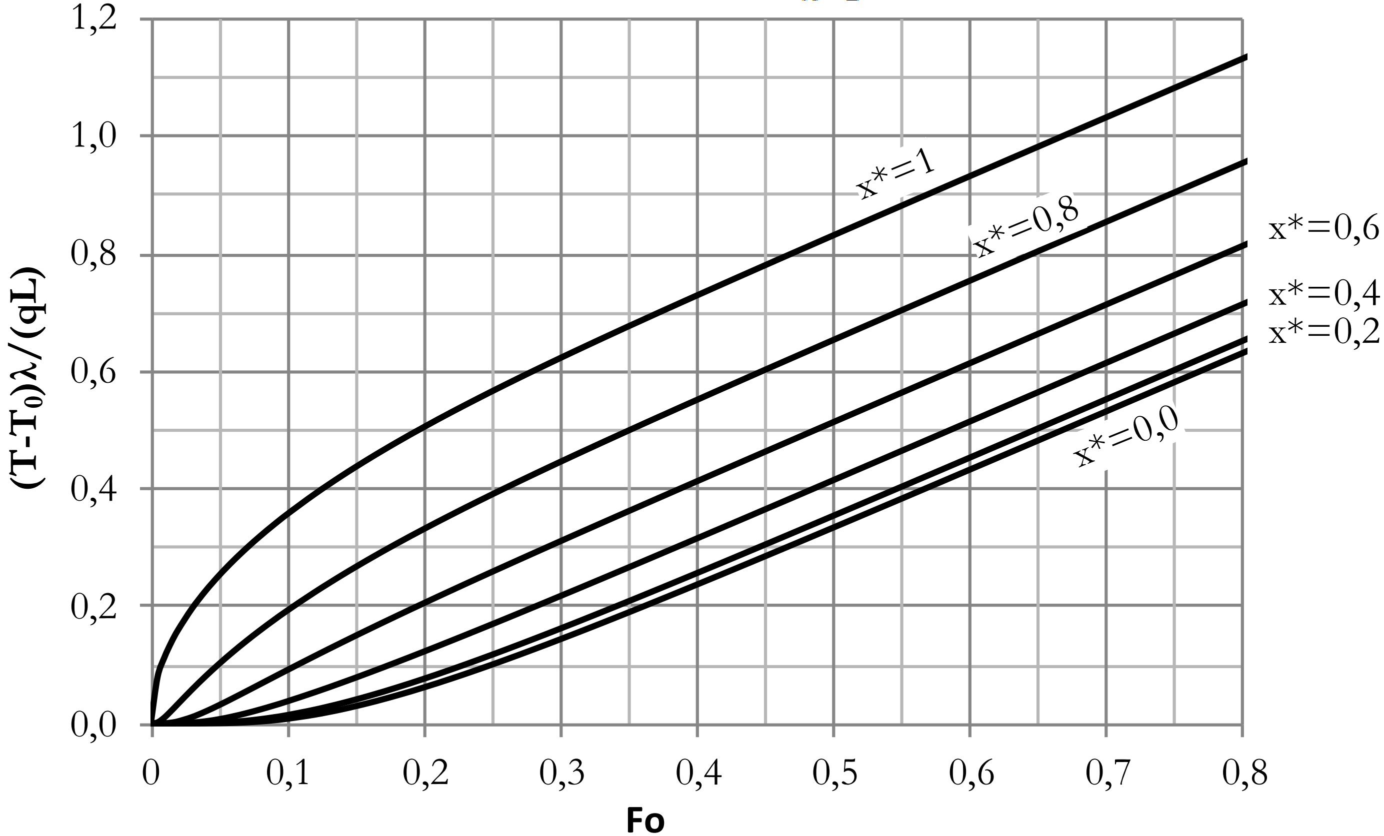


Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

NESTACIONARNI PROCES PROVOĐENJA TOPLOTE

$$T(x,\tau) = T_0 + \frac{q''L}{\lambda}\left(Fo + \frac{x^{*2}}{2} - \frac{1}{6} - 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(n\pi)^2}e^{-Fo(n\pi)^2}\cos(n\pi x^*)\right)$$

$$T(x,\tau) = T_0 + \frac{q''R}{\lambda}\left(2Fo + \frac{x^{*2}}{2} - \frac{1}{4} - 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0(a_n x^*)}{a_n{}^2 J_0(a_n)}e^{-Fo\, a_n{}^2}\right)$$

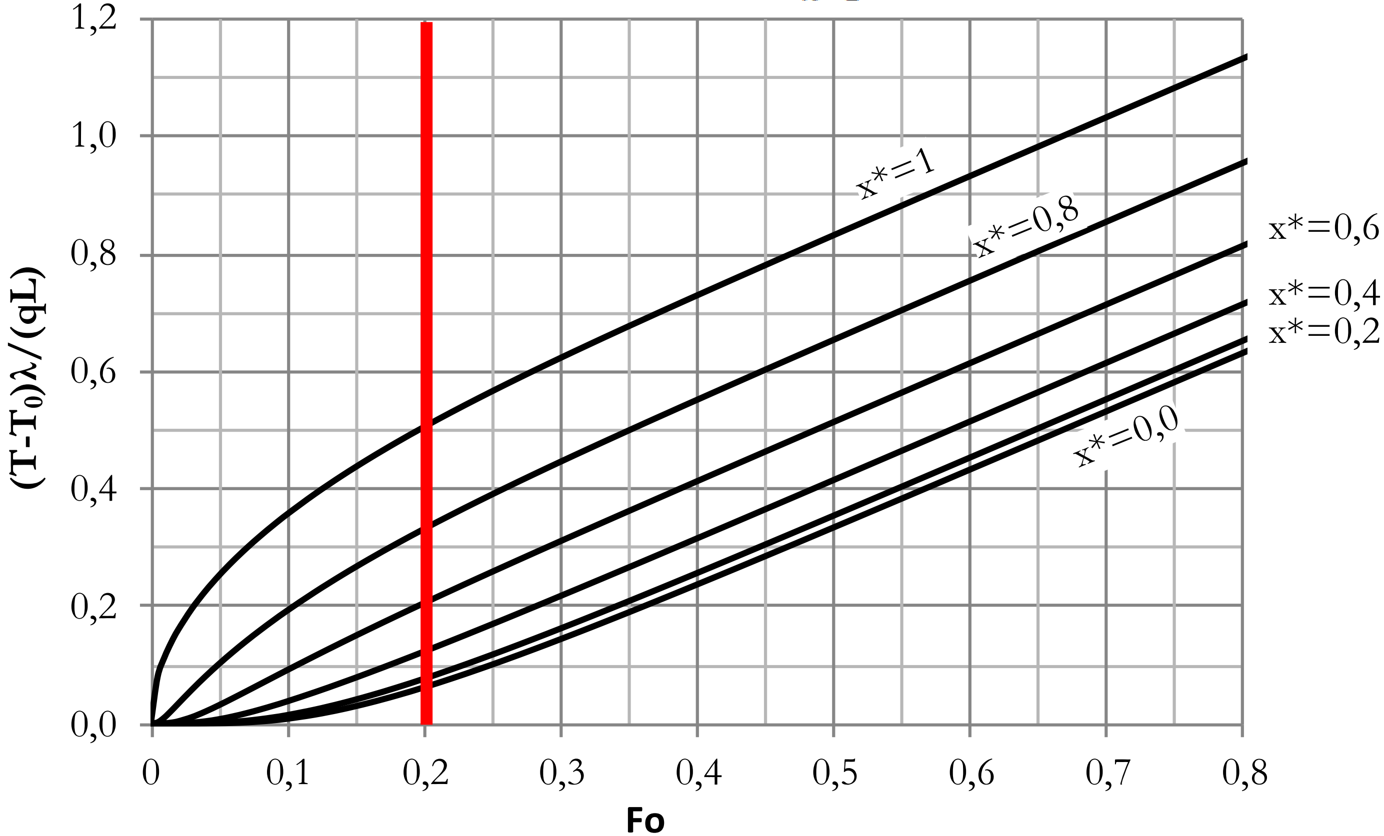


Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

NESTACIONARNI PROCES PROVOĐENJA TOPLOTE

$$T(x,\tau) = T_0 + \frac{q''L}{\lambda}\left(Fo + \frac{x^{*2}}{2} - \frac{1}{6} - 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(n\pi)^2} e^{-Fo(n\pi)^2}\, cos(n\pi x^*)\right)$$

$$T(x,\tau) = T_0 + \frac{q''R}{\lambda}\left(2Fo + \frac{x^{*2}}{2} - \frac{1}{4} - 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0(a_n x^*)}{a_n{}^2 J_0(a_n)} e^{-Fo\, a_n{}^2}\right)$$



Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

PRENOS TOPLOTE KONVEKCIJOM

TOPLOTA I PRENOS TOPLOTE

- Osnovni mehanizmi (načini) prenosa toplote:
  - Provođenje (kondukcija)
  - **Konvekcija**
  - Zračenje (radijacija)

https://geekswipe.net/science/physics/why-do-we-see-mirages/

PRENOS TOPLOTE KONVEKCIJOM

NJUTNOV ZAKON

$$q" = \alpha \cdot (T_{površine} - T_{okoline})$$

Sva kompleksnost fizičkog mehanizma prenosa toplote grupisana je u koef. Konvektivnog prenosa toplote. Za razliku od provodljivosti on nije fizička konstanta i zavisi od velikog broja parametara:

- Priroda kretanja fluida: da li je strujanje laminarno, turbulentno ili mešovito. Vrsta kretanja može se odrediti na osnovu Rejnoldsovog broja (*Re*).
- Fizičke osobine fluida: gustina, toplotna provodljivost, viskoznost, specifični toplotni kapacitet, pritisak.
- Oblik i dimenzije kontaktnih površina: ravan zid, cev, namotaj i sl.
- Vrsta kretanja fluida: spoljašnje i unutrašnje (npr. u cevi)
- Hrapavost površine čvrstog tela: određuje osobine graničnog sloja.
- Način pokretanja fluida: prirodna i prinudna konvekcija.
- Temperature fluida i čvrstog tela.

OSNOVNI KRITERIJUMI SLIČNOSTI

- Nuseltov broj

$$Nu = \frac{q"_{konv}}{q"_{kond}} = \frac{\alpha \cdot \cancel{\Delta T}}{\lambda \cdot \cancel{\Delta T}/L_c} = \frac{\alpha \cdot L_c}{\lambda}$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{\alpha = \frac{\lambda \cdot Nu}{L_c}}$$

PRENOS TOPLOTE KONVEKCIJOM

OSNOVNI KRITERIJUMI SLIČNOSTI

- Rejnoldsov broj

$$Re = \frac{vL_c}{\mu}$$

- Prantlov broj

$$Pr = \frac{\mu}{a} = \frac{\eta/\rho}{\lambda/\rho\, c_p} = \frac{\eta\, c_p}{\lambda}$$

- Grashofov broj

$$Gr = \frac{g\beta\left(T_{površine} - T_{okoline}\right){L_c}^3}{\mu^2}$$

PRENOS TOPLOTE KONVEKCIJOM

EMPIRIJSKE JEDNAČINE ZA ODREĐIVANJE NUSELTOVOG BROJA

Prinudna konvekcija

$$Nu = C(Re)^n(Pr)^m$$

- Laminarno strujanje preko ravnog zida konstantne temperature

$$Nu_x = 0.332 \cdot {Re_x}^{0.5} Pr^{1/3}$$

$$Nu_L = 0.664 \cdot {Re_L}^{0.5} Pr^{1/3}$$

- Turbulentno strujanje preko ravnog zida konstantne temperature

$$Nu_x = 0.0296 \cdot {Re_x}^{0.8} Pr^{1/3}$$

$$Nu_L = 0.037 \cdot {Re_L}^{0.8} Pr^{1/3}$$

PRENOS TOPLOTE KONVEKCIJOM

EMPIRIJSKE JEDNAČINE ZA ODREĐIVANJE NUSELTOVOG BROJA

Prirodna konvekcija

- Vertikalan ravan zid

$$Nu = \left\{0{,}825 + \frac{0{,}387(Gr \cdot Pr)^{1/6}}{[1 + (0{,}492/Pr)^{9/16}]^{4/9}}\right\}^2$$

- Za gornju površinu vrućeg ravnog horizontalnog zida ili donja površina hladnog horizontalnog zida

za vrednosti Gr·Pr između 10^4 i 10^7 i $Pr \geq 0{,}7$:

$$Nu = 0{,}54(Gr \cdot Pr)^{1/4}$$

za vrednosti Gr·Pr između 10^7 i 10^{11}:

$$Nu = 0{,}15(Gr \cdot Pr)^{1/3}$$

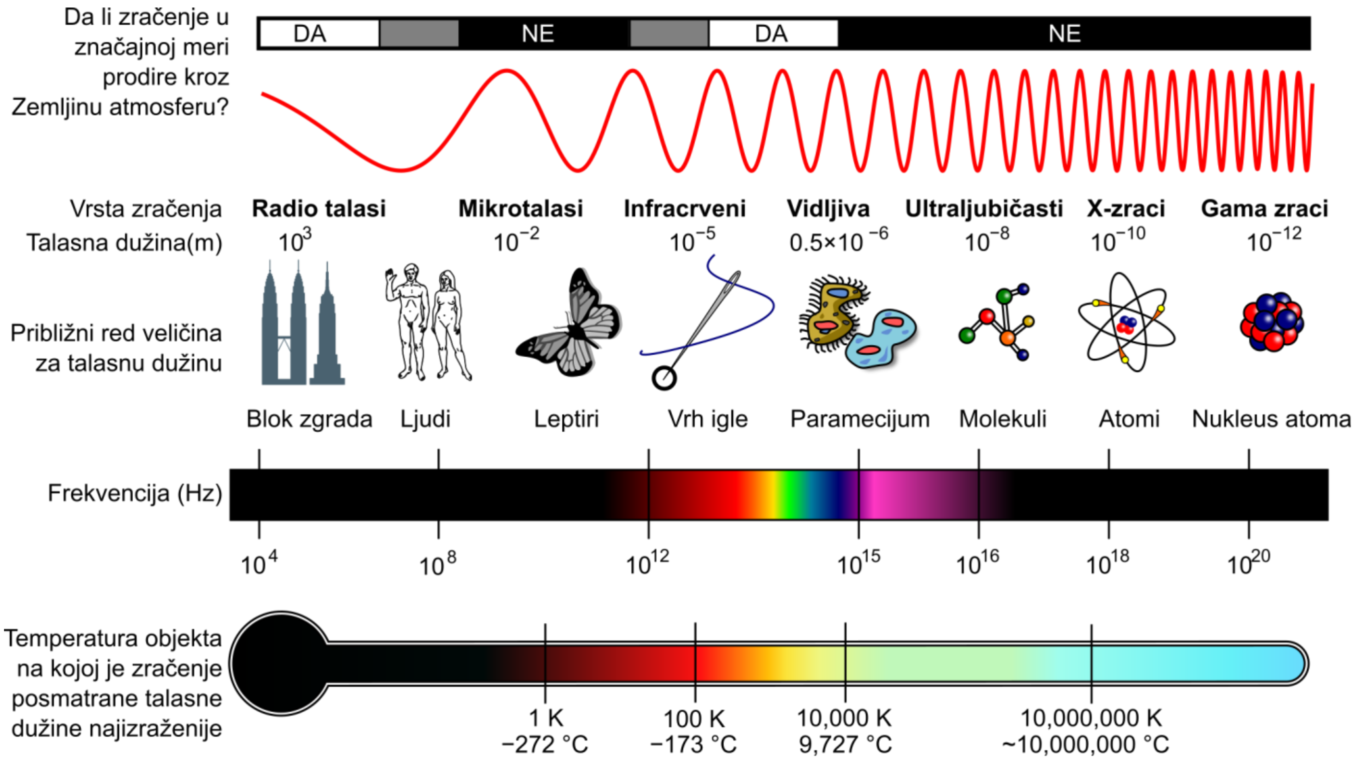
- Za donju površinu vrućeg ravnog horizontalnog zida ili gornjapovršina hladnog horizontalnog zida

$$Nu = 0{,}52(Gr \cdot Pr)^{1/5}$$

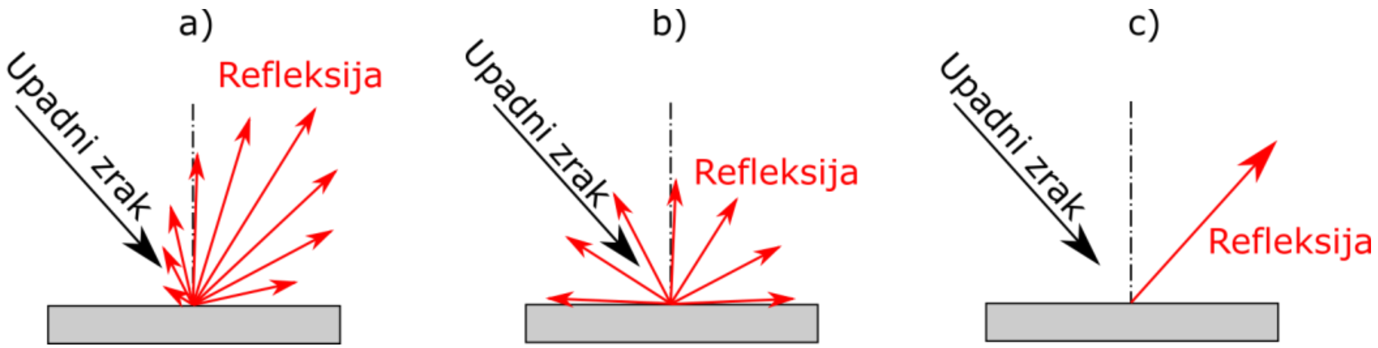
PRENOS TOPLOTE ZRAČENJEM

TOPLOTNO ZRAČENJE

- Osnovni mehanizmi (načini) prenosa toplote:
  - Provođenje (kondukcija)
  - Konvekcija
  - **Zračenje (radijacija)**



TOPLOTNO ZRAČENJE



Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

PRENOS TOPLOTE ZRAČENJEM

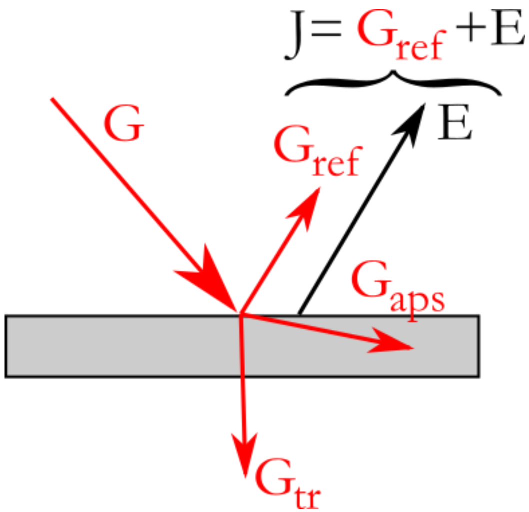
TOPLOTNO ZRAČENJE

- Emisiona moć, E (W/m²), predstavlja specifični toplotni protok koji se zračenjem emituje sa površine tela usled unutrašnjeg toplotnog kretanja.

- Iradijacija (ozračenost) G (W/m²), predstavlja zračenje koje na posmatranu površinu dolazi iz okoline.

$$G = G_{ref} + G_{aps} + G_{tr}$$

$$\frac{G}{G} = \frac{G_{ref}}{G} + \frac{G_{aps}}{G} + \frac{G_{tr}}{G} = 1 \qquad \rho_z + \alpha_z + \tau_z = 1$$



- Toplotni sjaj (izlazno zračenje):

$$J = E + G_{ref}$$

- Konačna rezultujuća gustina toplotnog flluksa iznosi: $q'' = J - G$

PRENOS TOPLOTE ZRAČENJEM

ZRAČENJE "APSOLUTNO CRNOG TELA" $\alpha_z = 1$

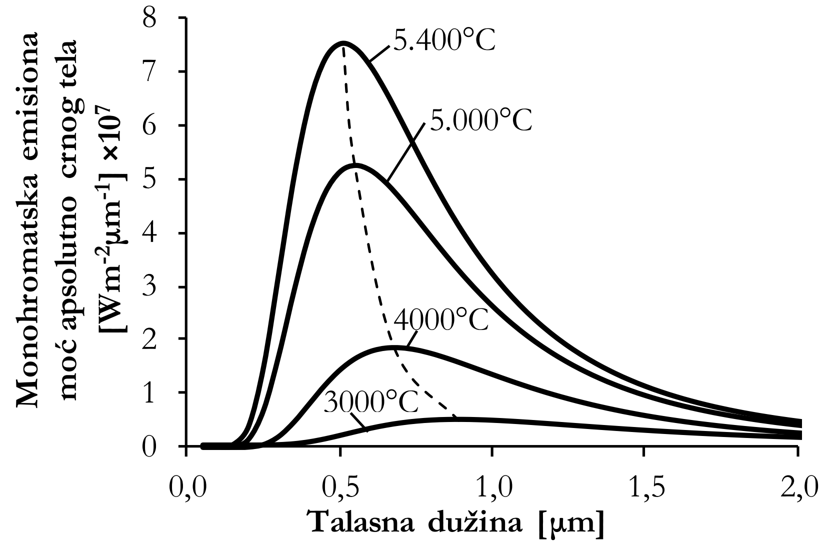
- Emisiona moć apsolutno crnog tela prema Stefan-Bolcmanovom zakonu iznosi

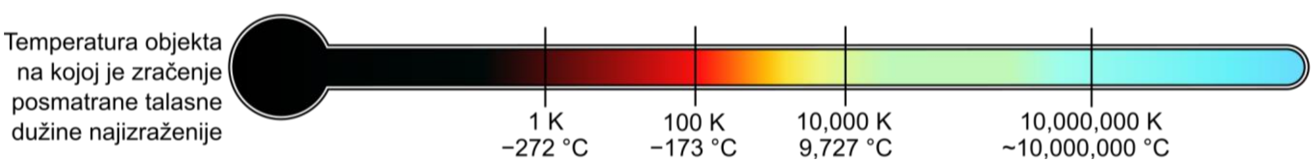
$$E_{ACT} = \sigma(T + 273{,}15)^4$$

gde je $\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}$ W/m^{2}K^4 Stefan-Bolcmanova konstanta

- Vinov zakon

$$\tilde{\lambda}_{max} \cdot (T + 273{,}15) = 2.897{,}8\ [\mu mK]$$

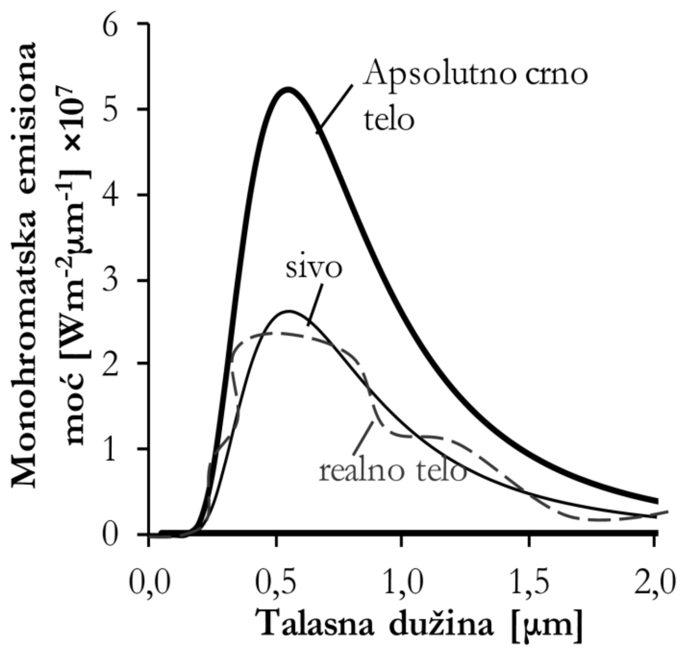


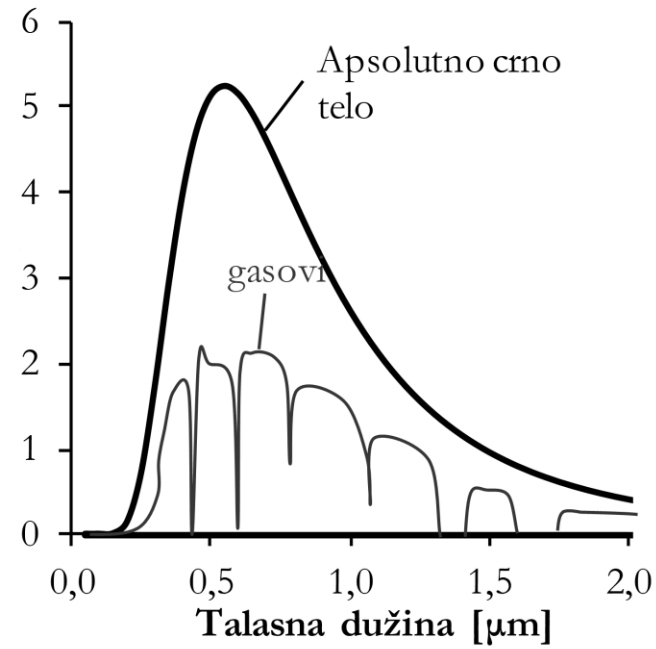


Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

ZRAČENJE REALNIH TELA

- Emisivnost predstavlja odnos između zračenja posmatrane površine i zračenja apsolutno crnog tela koje se nalazi na istoj temperaturi. $\varepsilon = \frac{E}{E_{ACT}}$



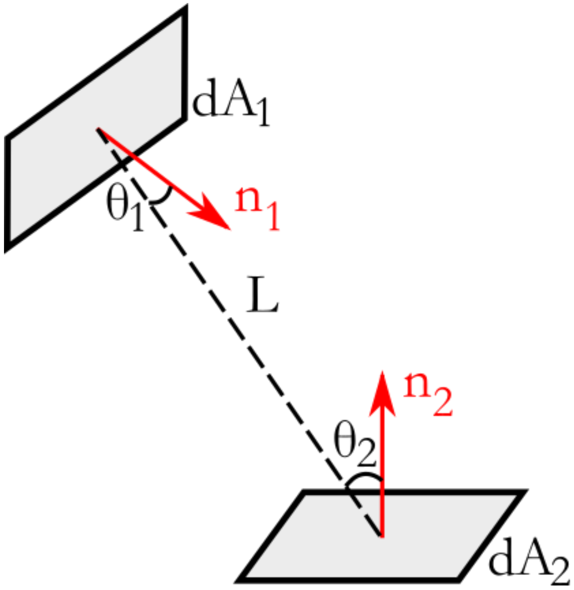


Najčešće pretpostavljamo da je emisivnost ipak konstantna. $\varepsilon = \alpha_z$

Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

FAKTORI VIĐENJA

$$F_{1\to 2} = udeo\ zračenja\ koji\ napušta\ površinu\ A_1\ i\ dolazi\ do\ površine\ A_2$$



$$F_{1\to 2} = \frac{1}{A_1}\int_{A_1}\int_{A_2}\frac{cos\theta_1 cos\theta_2}{\pi L^2}dA_2 dA_1$$

Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

Prenos toplote zračenjem

Faktori viđenja – Osnovna pravila

- Pravilo reciprociteta:

$$A_1 F_{1\to 2} = A_2 F_{2\to 1}$$

- Pravilo sabiranja:

$$\sum_{i=1}^{N} F_{A\to i} = 1$$

- Pravilo superpozicije:

$$F_{1\to(2+3)} = F_{1\to 2} + F_{1\to 3}$$

Prenos toplote zračenjem

Faktori viđenja – Osnovna pravila

$$F_{1\to 2} = \frac{1}{A_1}\int_{A_1}\int_{A_2}\frac{cos\theta_1 cos\theta_2}{\pi L^2}dA_2 dA_1$$

- $F_{1\to 1},\ F_{1\to 2},\ F_{2\to 1},\ F_{2\to 2} = ?$

- Zamislili smo sferu, pa je $F_{1\to 1}=0, \longrightarrow F_{1\to 2}=1$

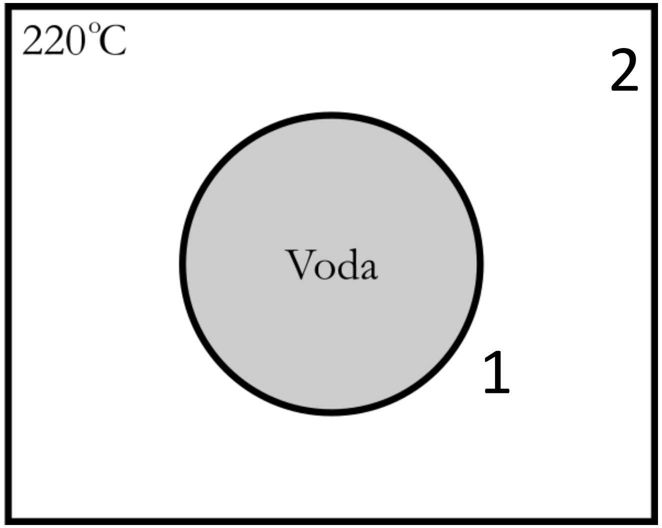
- Prema pravilu reciprociteta:

$$F_{2\to 1} = \frac{A_1}{A_2}F_{1\to 2} = \frac{A_1}{A_2}$$

- Pema pravilu sabiranja:

$$F_{2\to 1} + F_{2\to 2} = 1$$

$$F_{2\to 2} = 1 - \frac{A_1}{A_2}$$



PRENOS TOPLOTE ZRAČENJEM

FAKTORI VIĐENJA

$$F_{1\to 2} = \frac{1}{A_1}\int_{A_1}\int_{A_2}\frac{cos\theta_1 cos\theta_2}{\pi L^2}dA_2 dA_1$$

a)

$$F_{1\to 2} = \frac{1}{\pi a_{c1}}\left(a_{c1}tan^{-1}\frac{1}{a_{c1}} + a_{c2}tan^{-1}\frac{1}{a_{c2}} - ({a_{c2}}^2 + {a_{c1}}^2)^{0,5}tan^{-1}\frac{1}{({a_{c2}}^2 + {a_{c1}}^2)^{0,5}} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{4}ln\left\{\frac{(1+{a_{c1}}^2)(1+{a_{c2}}^2)}{1+{a_{c1}}^2+{a_{c2}}^2}\left[\frac{{a_{c1}}^2(1+{a_{c1}}^2+{a_{c2}}^2)}{(1+{a_{c1}}^2)({a_{c1}}^2+{a_{c2}}^2)}\right]^{{a_{c1}}^2}\left[\frac{{a_{c2}}^2(1+{a_{c1}}^2+{a_{c2}}^2)}{(1+{a_{c2}}^2)({a_{c1}}^2+{a_{c2}}^2)}\right]^{{a_{c2}}^2}\right.\right.$$

$a_{c1} = W_1/L$ i $a_{c2} = W_2/L$

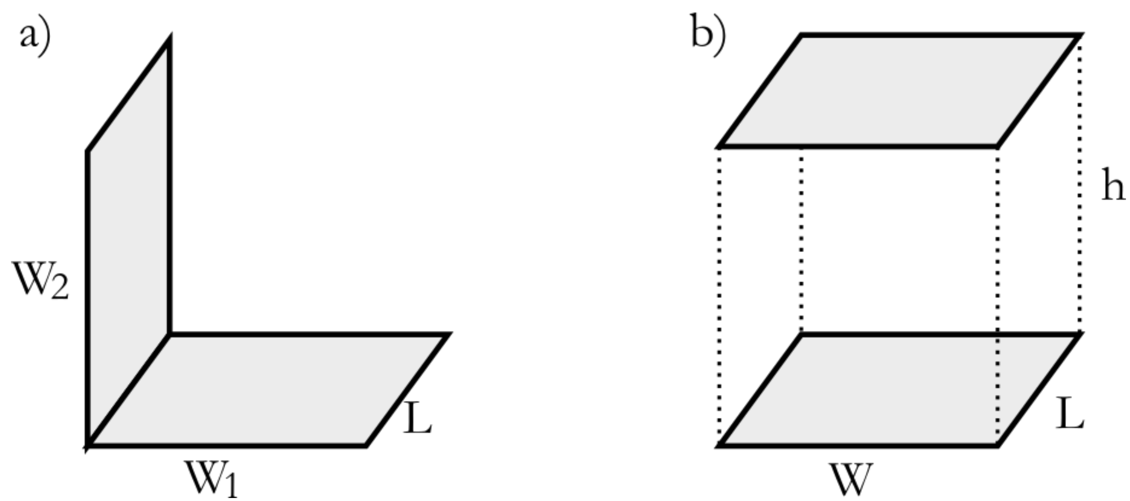
b)

$$F_{1\to 2} = \frac{2}{\pi a_{c1}a_{c2}}\left\{ln\left[\frac{(1+{a_{c1}}^2)(1+{a_{c1}}^2)}{1+{a_{c1}}^2+{a_{c2}}^2}\right]^{0,5} + a_{c1}(1+{a_{c2}}^2)^{0,5}tan^{-1}\frac{a_{c1}}{(1+{a_{c2}}^2)^{0,5}}\right.$$

$$+ a_{c2}(1+{a_{c1}}^2)^{0,5}tan^{-1}\frac{a_{c2}}{(1+{a_{c1}}^2)^{0,5}} - a_{c2}tan^{-1}a_{c2}$$

$$\left. - a_{c1}tan^{-1}a_{c1}\right\}$$

$a_{c1} = W/h$ i $a_{c2} = L/h$

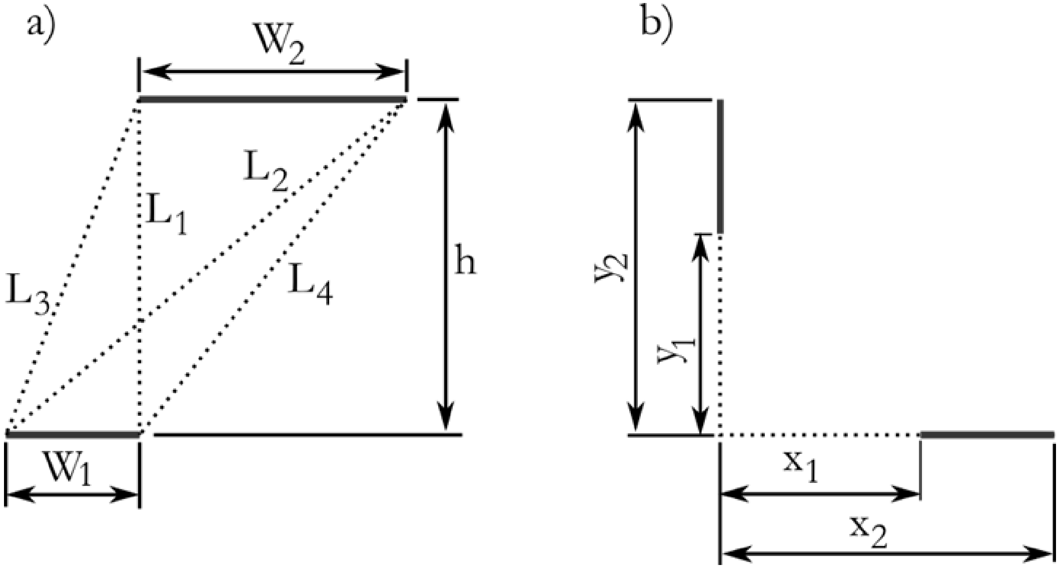


Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

Faktori viđenja

a) $$F_{1\to2} = \frac{L_1 + L_2 - L_3 - L_4}{2W_1}$$

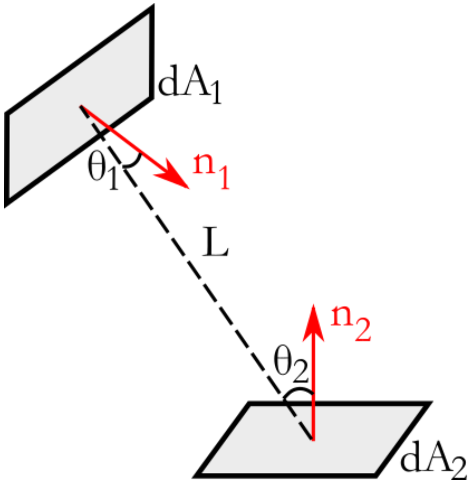
b) $$F_{1\to2} = \frac{\sqrt{{x_1}^2 + {y_2}^2} + \sqrt{{x_2}^2 + {y_1}^2} - \sqrt{{x_2}^2 + {y_2}^2} - \sqrt{{x_1}^2 + {y_1}^2}}{2(x_2 - x_1)}$$



Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

PRENOS TOPLOTE IZMEĐU APSOLUTNO CRNIH TELA

$$q_{1\to 2} = \begin{pmatrix} \textit{zračenje koje} \\ \textit{napušta površinu 1 i} \\ \textit{dolazi do površine 2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \textit{zračenje koje} \\ \textit{napušta površinu 2 i} \\ \textit{dolazi do površine 1} \end{pmatrix}$$

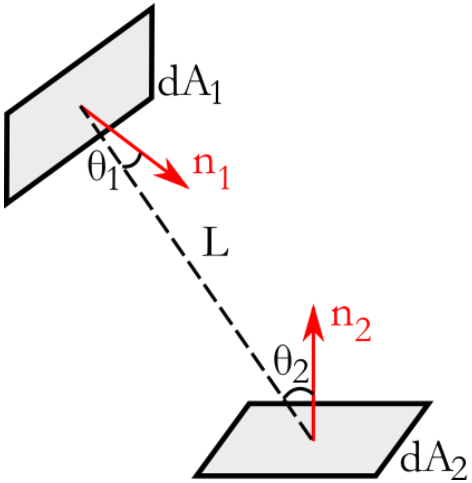


Prenos toplote zračenjem

Prenos toplote između apsolutno crnih tela

$$q_{1\to2} = \begin{pmatrix} \textit{zračenje koje} \\ \textit{napušta površinu 1 i} \\ \textit{dolazi do površine 2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \textit{zračenje koje} \\ \textit{napušta površinu 2 i} \\ \textit{dolazi do površine 1} \end{pmatrix}$$

$$q_{1\to2} = A_1 E_1 F_{1\to2} - A_2 E_2 F_{2\to1}$$



Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

PRENOS TOPLOTE ZRAČENJEM

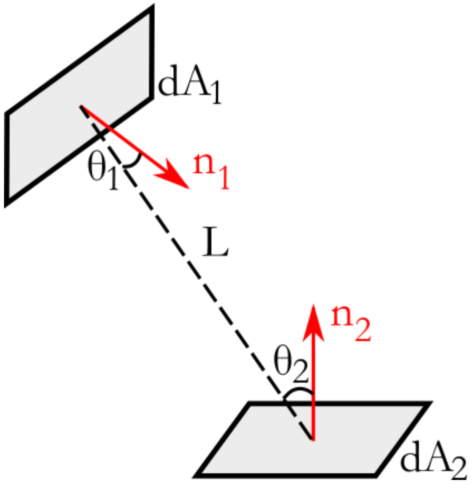
PRENOS TOPLOTE IZMEĐU APSOLUTNO CRNIH TELA

$$q_{1\to 2} = \begin{pmatrix} \textit{zračenje koje} \\ \textit{napušta površinu 1 i} \\ \textit{dolazi do površine 2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \textit{zračenje koje} \\ \textit{napušta površinu 2 i} \\ \textit{dolazi do površine 1} \end{pmatrix}$$

$$q_{1\to 2} = A_1 E_1 F_{1\to 2} - A_2 E_2 F_{2\to 1}$$

Pravilo reciprociteta + Stefan – Bolcmanov zakon

$$q_{1\to 2} = A_1 F_{1\to 2}\sigma[(T_1 + 273{,}15)^4 - (T_2 + 273{,}15)^4]$$

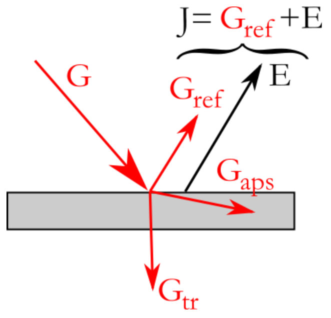


Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

PRENOS TOPLOTE ZRAČENJEM

PRENOS TOPLOTE IZMEĐU SIVIH TELA

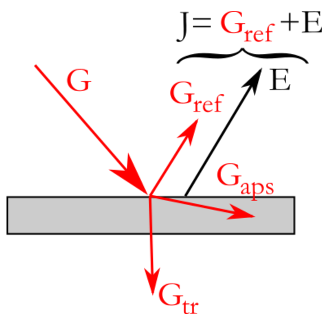
$$q" = J - G \longrightarrow q_{izlazno} = A(J - G)$$



Prenos toplote zračenjem

Prenos toplote između sivih tela

$$q'' = J - G \longrightarrow q_{izlazno} = A(J - G)$$

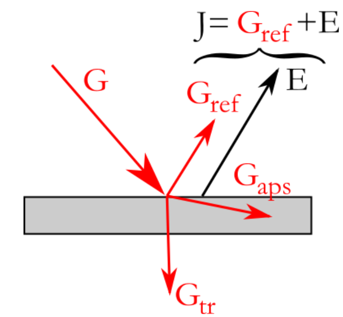


$$\left.\begin{aligned} & J = E + G_{ref} \\ & \varepsilon = \frac{E}{E_{ACT}} \\ & \rho_z + \alpha_z + \tau_z = 1 \\ & \varepsilon = \alpha_z \end{aligned}\right\} J = \varepsilon E_{ACT} + (1 - \varepsilon)G \longrightarrow G = \frac{J - \varepsilon E_{ACT}}{(1 - \varepsilon)}$$

PRENOS TOPLOTE ZRAČENJEM

PRENOS TOPLOTE IZMEĐU SIVIH TELA

$$q'' = J - G \rightarrow q_{izlazno} = A(J - G)$$



$$\left.\begin{aligned} & J = E + G_{ref} \\ & \varepsilon = \frac{E}{E_{ACT}} \\ & \rho_z + \alpha_z + \tau_z = 1 \\ & \varepsilon = \alpha_z \end{aligned}\right\} \quad J = \varepsilon E_{ACT} + (1-\varepsilon)G \rightarrow G = \frac{J - \varepsilon E_{ACT}}{(1-\varepsilon)}$$

$$q_{izlazno} = A\left(J - \frac{J - \varepsilon E_{ACT}}{(1-\varepsilon)}\right) = \frac{E_{ACT} - J}{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon A}}$$

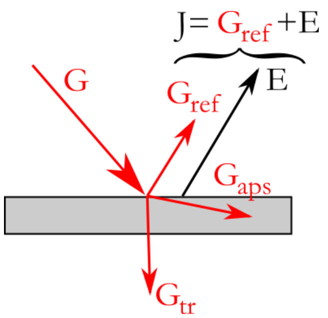
$$q_{izlazno} = \frac{E_{ACT} - J}{R_{pov}}$$

$$R_{pov} = \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon A}$$

Prenos toplote zračenjem

Prenos toplote između sivih tela

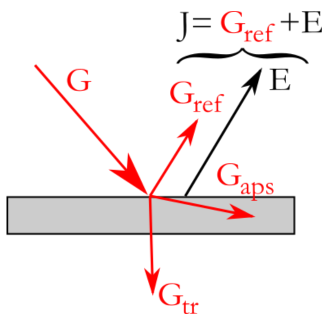
$$q_{izlazno} = \frac{E_{ACT} - \boxed{J}}{R_{pov}}$$???



PRENOS TOPLOTE IZMEĐU SIVIH TELA

$$q_{izlazno} = \frac{E_{ACT} - \boxed{J}}{R_{pov}}$$

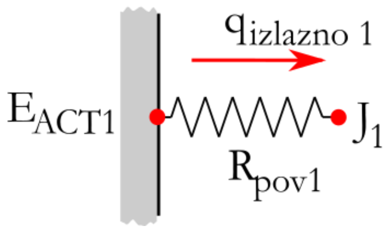
???



$$q_{izlazno\ i} = \frac{E_{ACT\ i} - J_i}{R_{pov\ i}} = \sum_{j=1}^{N} \frac{J_i - J_j}{R_{i \to j}}$$

$$R_{i \to j} = \frac{1}{A_i F_{i \to j}}$$

a)

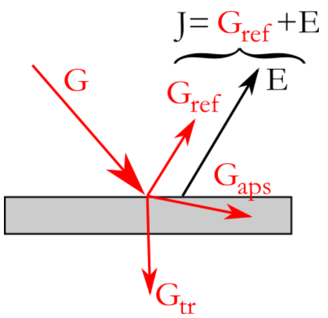


PRENOS TOPLOTE ZRAČENJEM

PRENOS TOPLOTE IZMEĐU SIVIH TELA

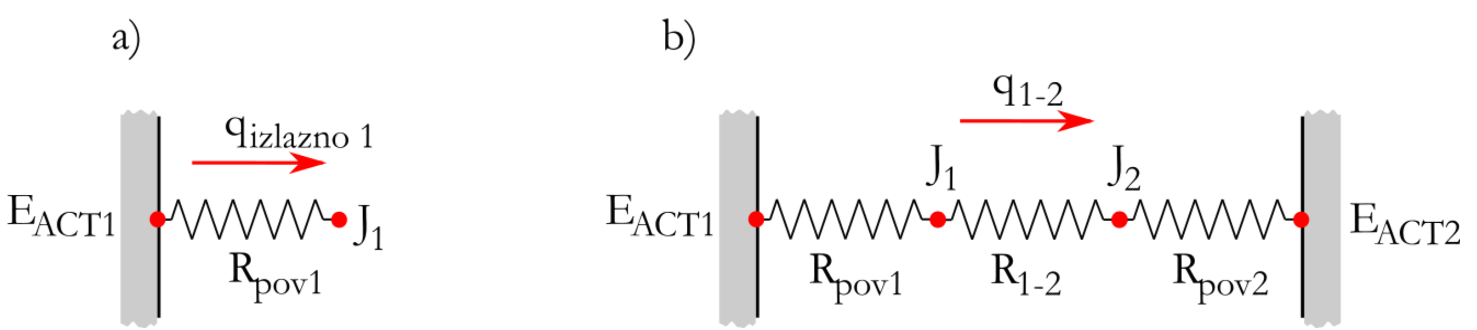
$$q_{izlazno} = \frac{E_{ACT} - \boxed{J}}{R_{pov}}$$

???



$$q_{1\to2} = \frac{E_{ACT\,1} - E_{ACT\,2}}{R_{pov\,1} + R_{1\to2} + R_{pov\,2}}$$

$$q_{1\to2} = \frac{\sigma[(T_1 + 273{,}15)^4 - (T_2 + 273{,}15)^4]}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{1\to2}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}$$



TERMIČKA OBRADA SAVREMENIH ALATA

HVALA NA PAŽNJI