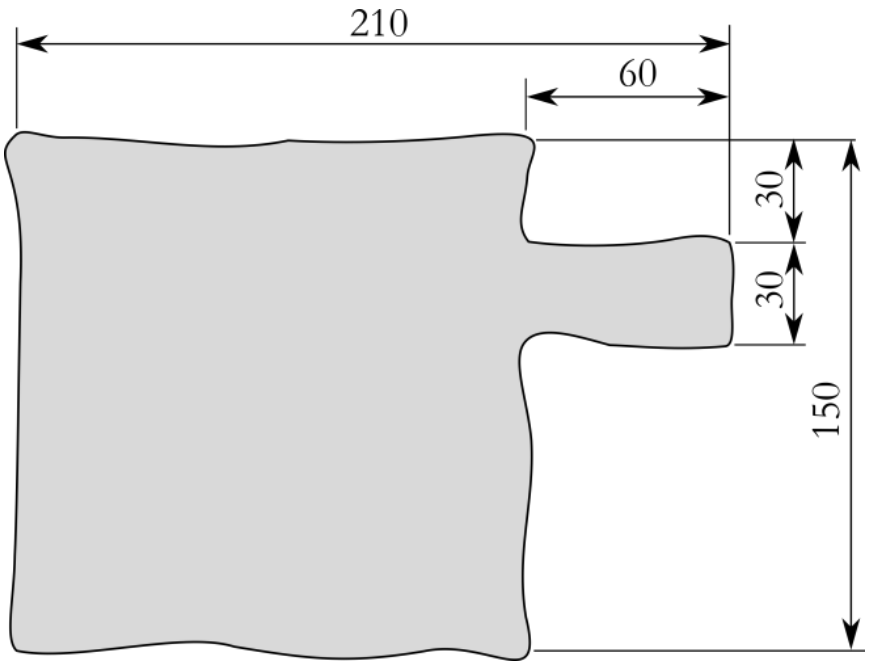
TERMIČKA OBRADA SAVREMENIH ALATA

OSNOVE NUMERIČKOG PROCESA REŠAVANJA PROBLEMA PRENOSA TOPLOTE U TERMIČKOJ OBRADI PRIMENOM METODE KONTROLNIH ZAPREMINA

OSNOVE METODE KONTROLNIH ZAPREMINA

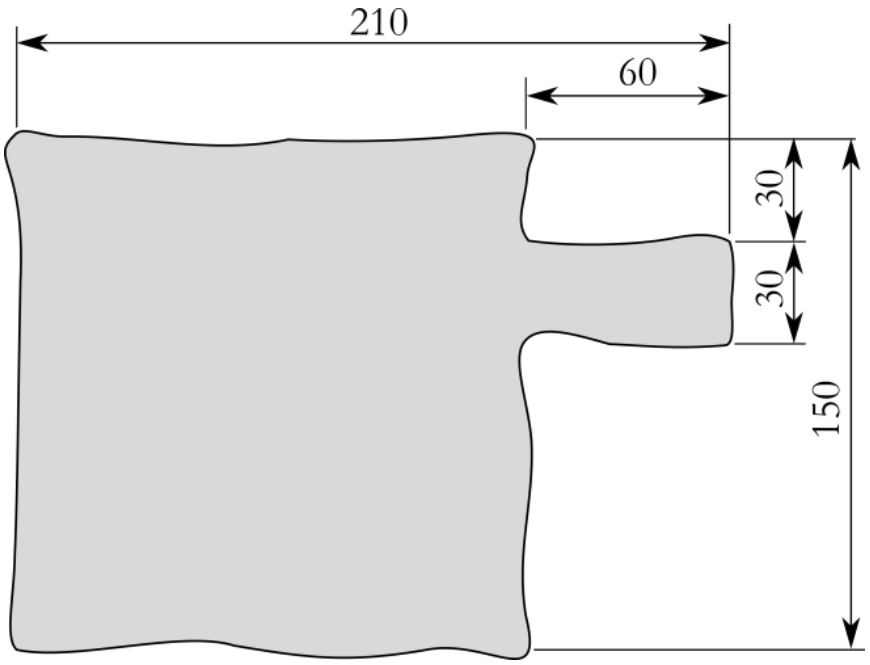
DISKRETIZACIJA PROSTORA

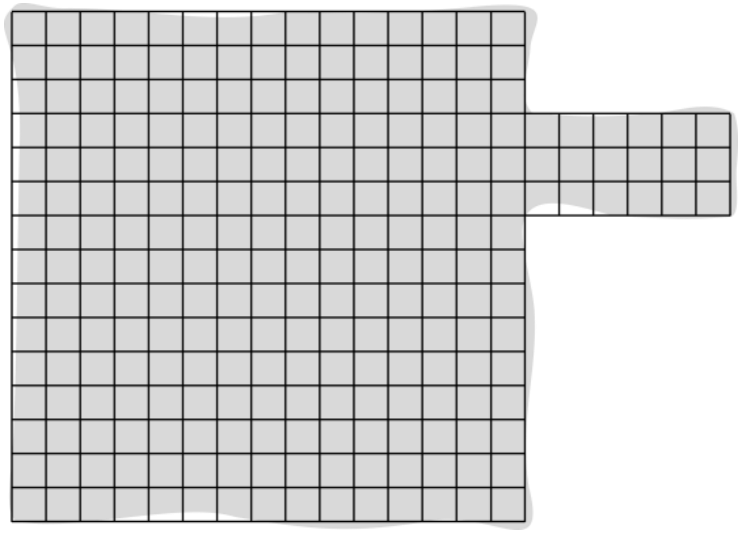


Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

OSNOVE METODE KONTROLNIH ZAPREMINA

DISKRETIZACIJA PROSTORA (IZRADA RAČUNSKE MREŽE)

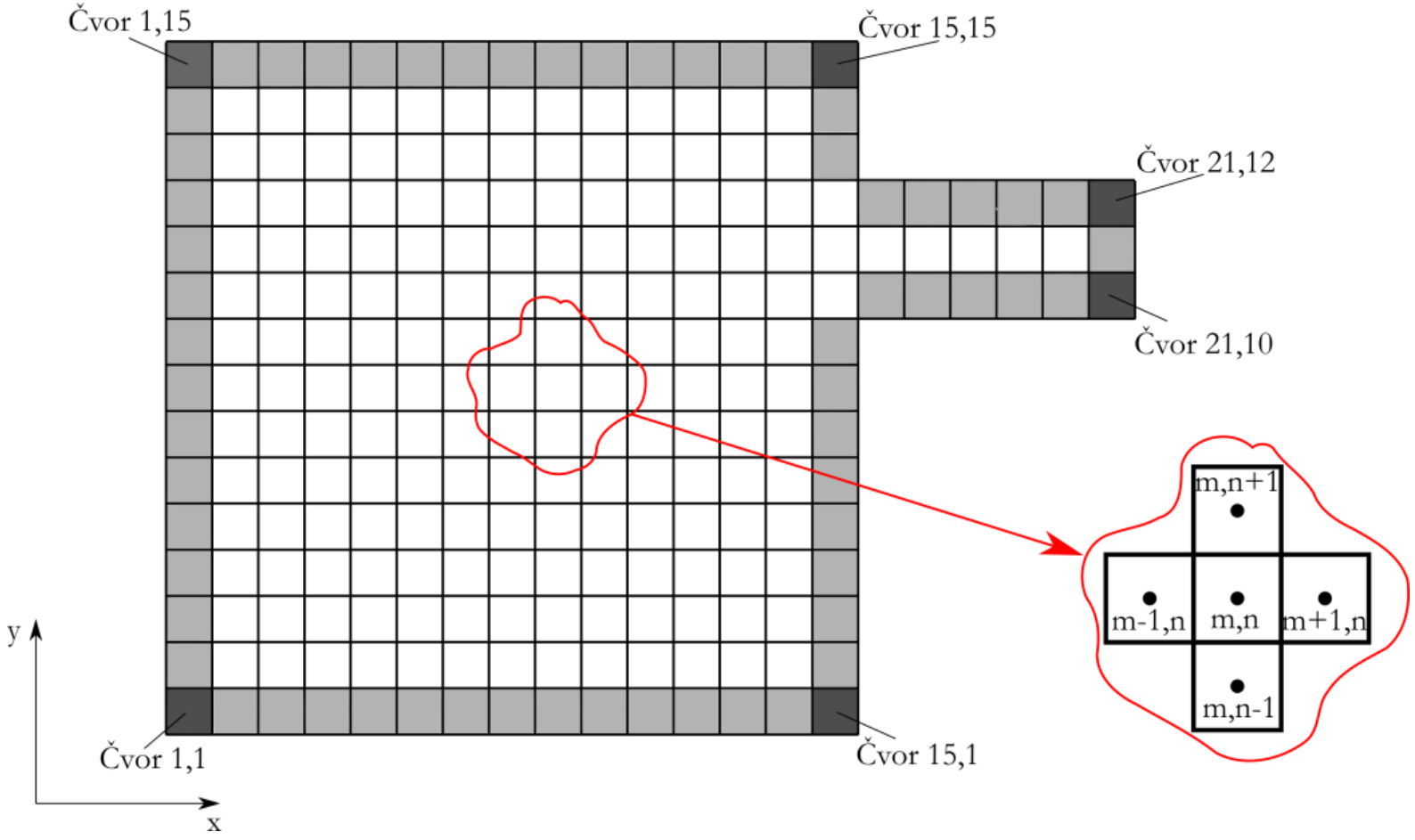




Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

OSNOVE METODE KONTROLNIH ZAPREMINA

DISKRETIZACIJA PROSTORA



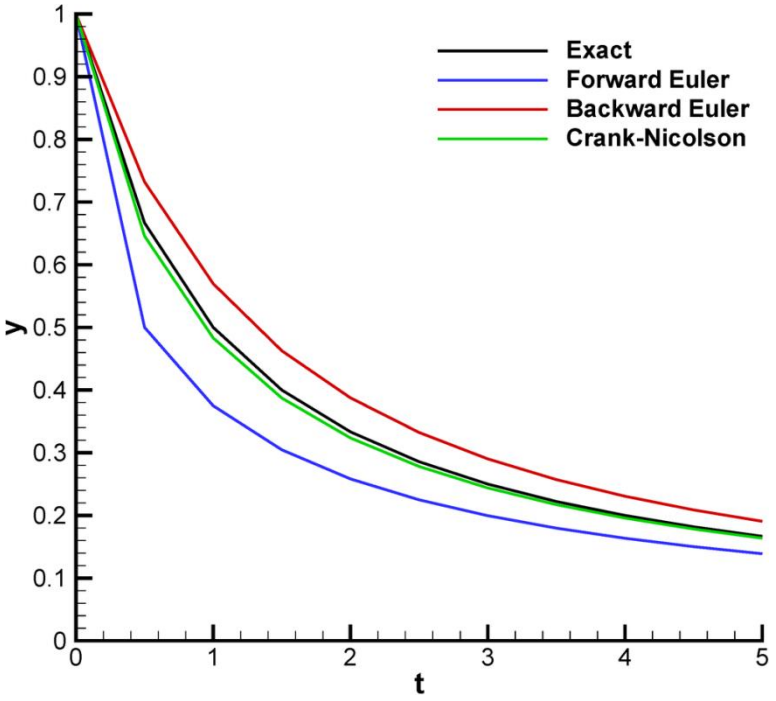
Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

OSNOVE METODE KONTROLNIH ZAPREMINA

DISKRETIZACIJA VREMENA

- Eksplicitne metode računaju stanje sistema u budućem vremenu isključivo na osnovu trenutnog stanja sistema.

- Implicitne metode računaju stanje sistema u budućem vremenu na osnovu trenutnog i budućeg stanja sistema.

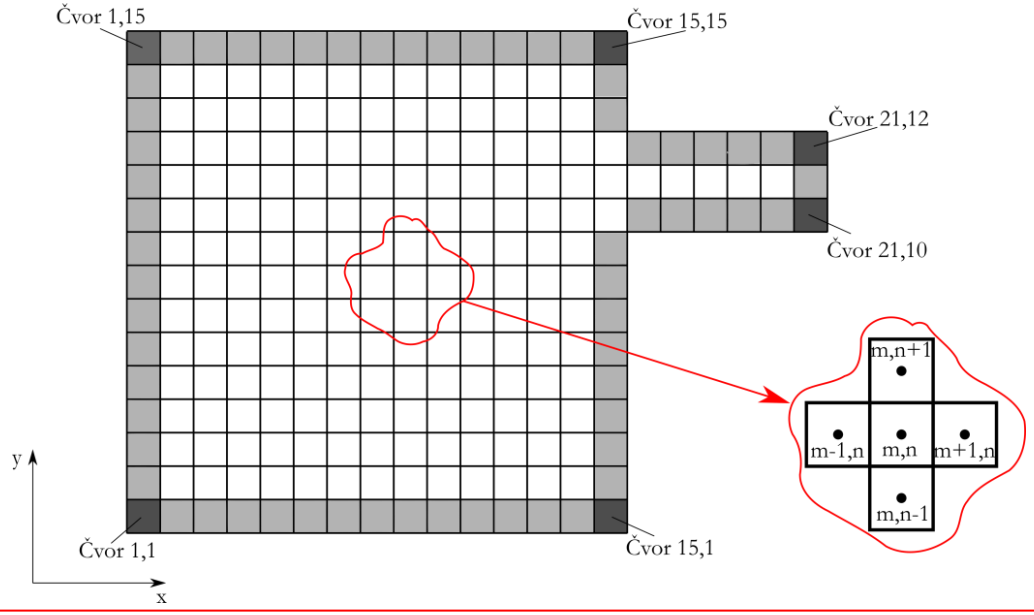


Izvor: https://en.wikipedia.org/wiki/Explicit_and_implicit_methods#/media/File:Result_of_applying_integration_schemes.png

OSNOVE METODE KONTROLNIH ZAPREMINA

IZVOĐENJE OSNOVNIH JEDNAČINA

$$Q_{ul} + Q_{gen} - Q_{iz} = Q_{sač}$$



Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

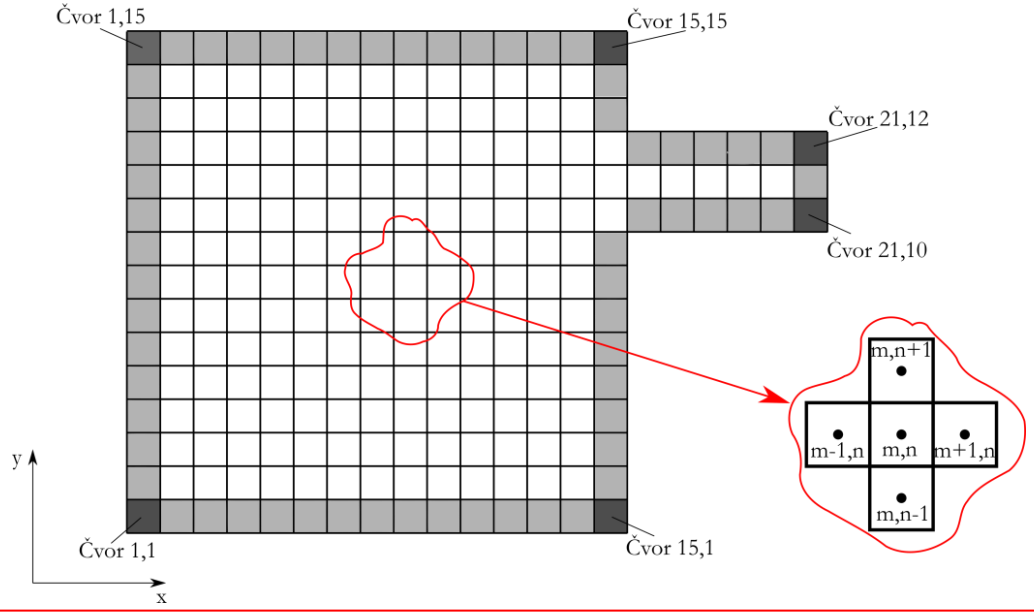
OSNOVE METODE KONTROLNIH ZAPREMINA

IZVOĐENJE OSNOVNIH JEDNAČINA

$$Q_{ul} + Q_{gen} - Q_{iz} = Q_{sač}$$

$$\downarrow$$

$$Q_{ul} = Q_{sač}$$



Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

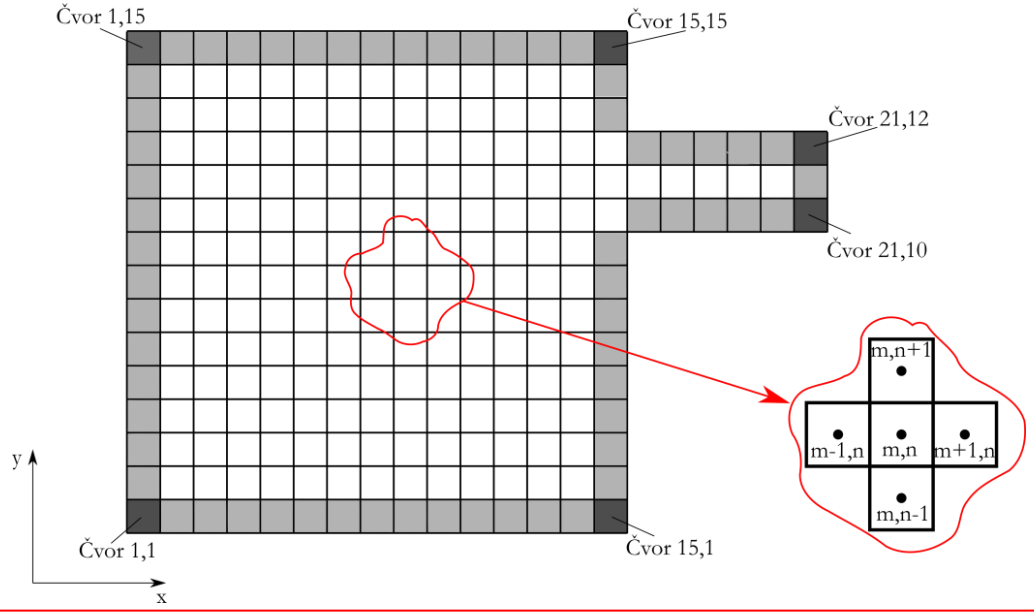
OSNOVE METODE KONTROLNIH ZAPREMINA

IZVOĐENJE OSNOVNIH JEDNAČINA

$$Q_{ul} + Q_{gen} - Q_{iz} = Q_{sač}$$

$$Q_{ul} = Q_{sač}$$

$$Q^{p}_{ul\,m,n} = Q^{p}_{sač\,m,n}$$



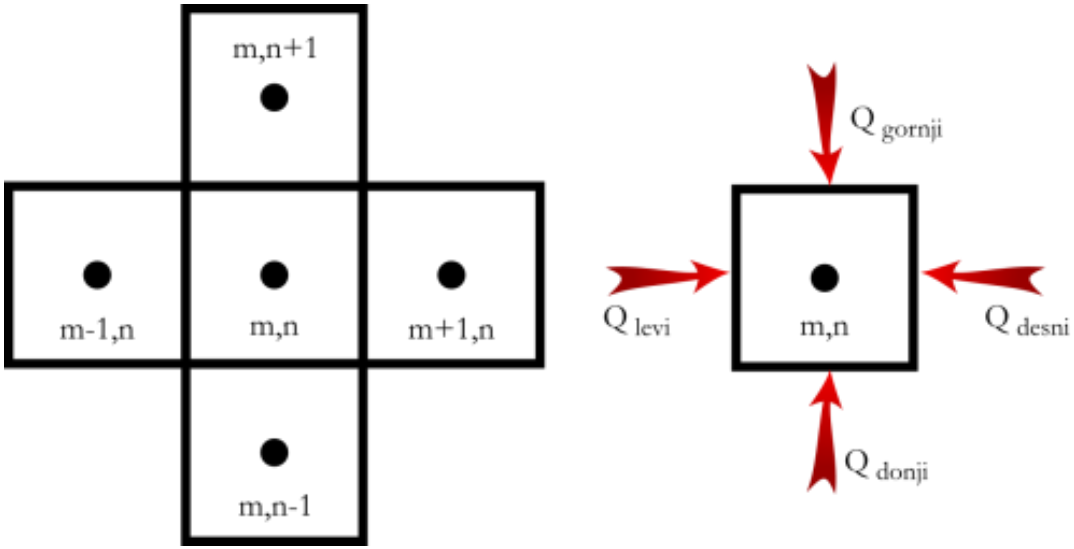
Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

OSNOVE METODE KONTROLNIH ZAPREMINA

IZVOĐENJE OSNOVNIH JEDNAČINA

$$Q^p_{ul\ m,n} = Q^p_{sač\ m,n}$$

$$Q^p_{ul\ m,n} = Q^p_{levi\ m,n} + Q^p_{desni\ m,n} + Q^p_{donji\ m,n} + Q^p_{gornji\ m,n}$$



Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

OSNOVE METODE KONTROLNIH ZAPREMINA

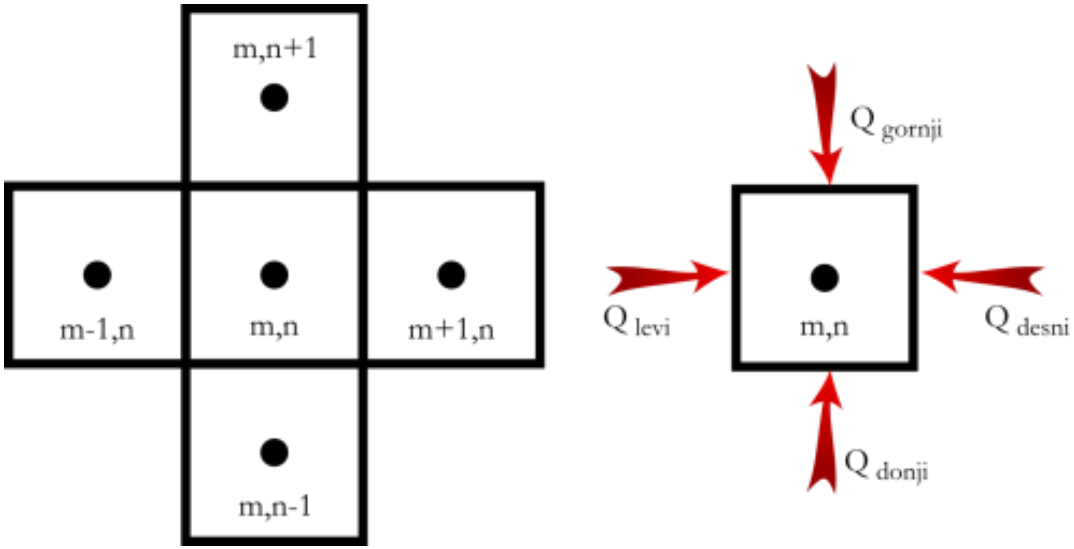
IZVOĐENJE OSNOVNIH JEDNAČINA

$$Q^p_{ul\ m,n} = Q^p_{sač\ m,n}$$

$$Q^p_{ul\ m,n} = Q^p_{levi\ m,n} + Q^p_{desni\ m,n} + Q^p_{donji\ m,n} + Q^p_{gornji\ m,n}$$

Furijeov zakon:

$$Q^p_{levi\ m,n} = \lambda^p \frac{T^p_{m-1,n} - T^p_{m,n}}{\Delta x} A_{yz} \Delta\tau$$



Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

OSNOVE METODE KONTROLNIH ZAPREMINA

IZVOĐENJE OSNOVNIH JEDNAČINA

$$Q^{p}_{ul\ m,n} = Q^{p}_{sač\ m,n}$$

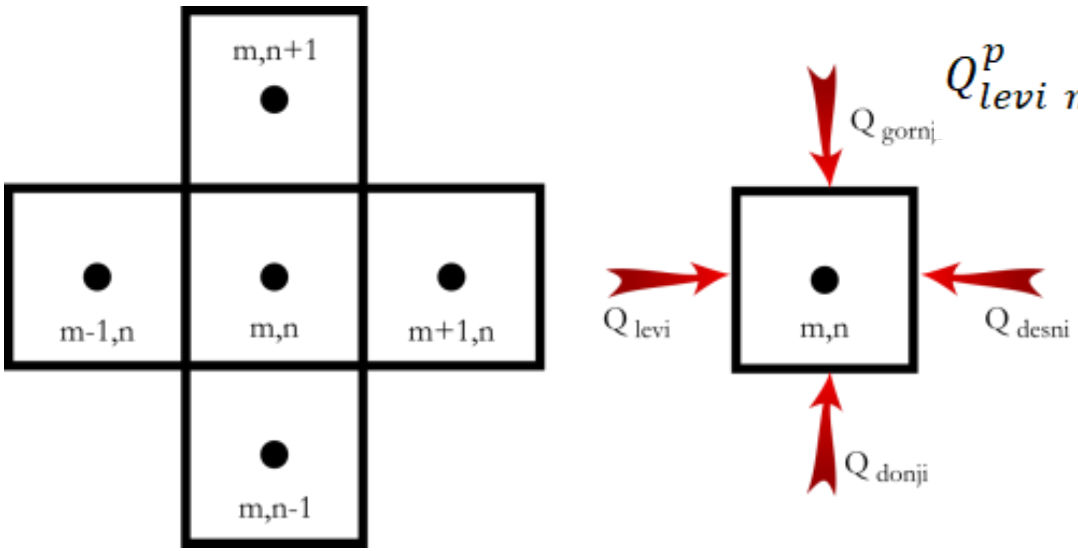
$$Q^{p}_{ul\ m,n} = Q^{p}_{levi\ m,n} + Q^{p}_{desni\ m,n} + Q^{p}_{donji\ m,n} + Q^{p}_{gornji\ m,n}$$

Furijeov zakon:

$$Q^{p}_{levi\ m,n} = \lambda^{p}\,\frac{T^{p}_{m-1,n} - T^{p}_{m,n}}{\Delta x}\,A_{yz}\Delta\tau$$

$$A_{yz} = \Delta y \cdot \Delta z$$

$$Q^{p}_{levi\ m,n} = \lambda^{p}\,\frac{T^{p}_{m-1,n} - T^{p}_{m,n}}{\Delta x}\,\Delta y\,\Delta z\,\Delta\tau$$



Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

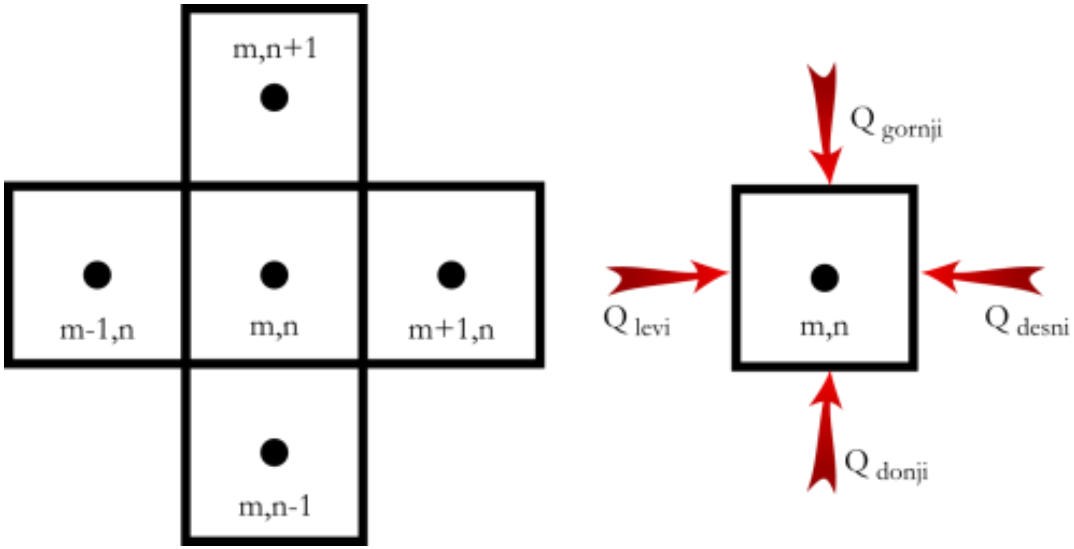
OSNOVE METODE KONTROLNIH ZAPREMINA

IZVOĐENJE OSNOVNIH JEDNAČINA

$$Q^p_{ul\ m,n} = Q^p_{sač\ m,n}$$

$$Q^p_{ul\ m,n} = Q^p_{levi\ m,n} + Q^p_{desni\ m,n} + Q^p_{donji\ m,n} + Q^p_{gornji\ m,n}$$

$$Q^p_{ul\ m,n} = \lambda^p \frac{T^p_{m-1,n} - T^p_{m,n}}{\Delta x} \Delta y\, \Delta z\, \Delta\tau + \lambda^p \frac{T^p_{m+1,n} - T^p_{m,n}}{\Delta x} \Delta y\, \Delta z\, \Delta\tau +$$
$$+\lambda^p \frac{T^p_{m,n-1} - T^p_{m,n}}{\Delta y} \Delta x\, \Delta z\, \Delta\tau + \lambda^p \frac{T^p_{m,n+1} - T^p_{m,n}}{\Delta y} \Delta x\, \Delta z\, \Delta\tau$$



Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

OSNOVE METODE KONTROLNIH ZAPREMINA

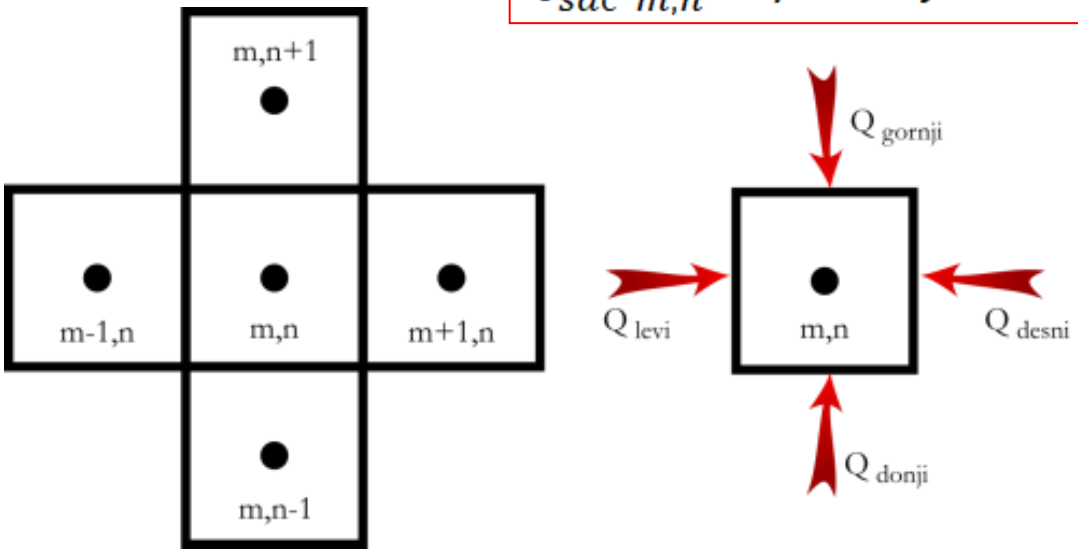
IZVOĐENJE OSNOVNIH JEDNAČINA

$$Q^p_{ul\ m,n} = Q^p_{sač\ m,n}$$

$$Q^p_{sač\ m,n} = m_{m,n}\, c^p \left(T^{p+1}_{m,n} - T^p_{m,n}\right)$$

$$Q^p_{sač\ m,n} = \rho\ V_{m,n}\, c^p \left(T^{p+1}_{m,n} - T^p_{m,n}\right)$$

$$Q^p_{sač\ m,n} = \rho\, \Delta x\, \Delta y\, \Delta z\, c^p \left(T^{p+1}_{m,n} - T^p_{m,n}\right)$$



Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

OSNOVE METODE KONTROLNIH ZAPREMINA

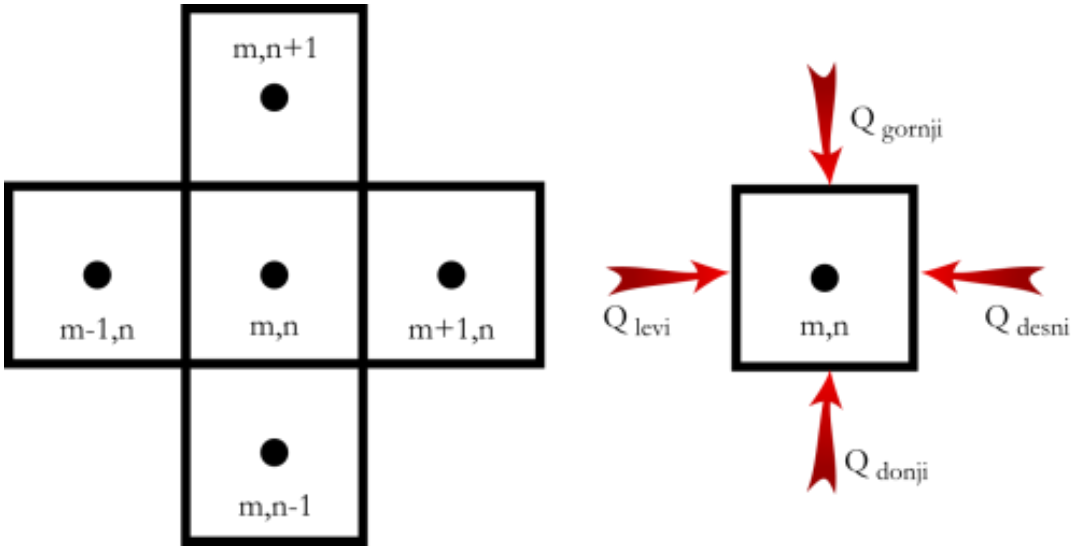
IZVOĐENJE OSNOVNIH JEDNAČINA

$$Q^p_{ul\,m,n} = Q^p_{sač\,m,n}$$

$$\lambda^p \frac{T^p_{m,n-1} - T^p_{m,n}}{\Delta y} \Delta x\, \Delta z\, \Delta\tau + \lambda^p \frac{T^p_{m,n+1} - T^p_{m,n}}{\Delta y} \Delta x\, \Delta z\, \Delta\tau +$$

$$+\lambda^p \frac{T^p_{m-1,n} - T^p_{m,n}}{\Delta x} \Delta y\, \Delta z\, \Delta\tau + \lambda^p \frac{T^p_{m+1,n} - T^p_{m,n}}{\Delta x} \Delta y\, \Delta z\, \Delta\tau =$$

$$= \rho\, \Delta x\, \Delta y\, \Delta z c^p \left(T^{p+1}_{m,n} - T^p_{m,n}\right)$$



Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

OSNOVE METODE KONTROLNIH ZAPREMINA

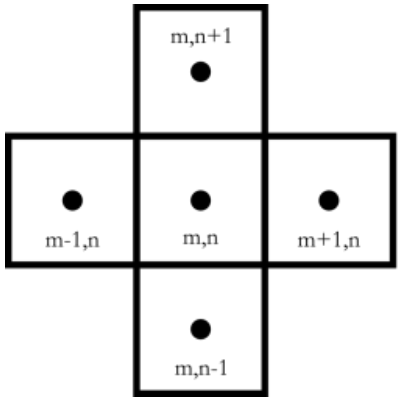
IZVOĐENJE OSNOVNIH JEDNAČINA

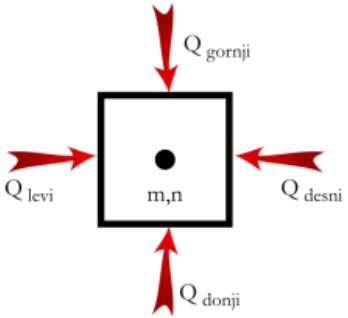
$$Q^p_{ul\ m,n} = Q^p_{sač\ m,n}$$

Deljenjem prethodne jednačine sa $\lambda^p \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \Delta \tau$ dobija se:

$$\frac{T^p_{m,n-1} - T^p_{m,n}}{\Delta y^2} + \frac{T^p_{m,n+1} - T^p_{m,n}}{\Delta y^2} + \frac{T^p_{m-1,n} - T^p_{m,n}}{\Delta x^2} + \frac{T^p_{m+1,n} - T^p_{m,n}}{\Delta x^2} = \frac{\rho\ c^p \left(T^{p+1}_{m,n} - T^p_{m,n}\right)}{\Delta \tau\ \lambda^p}$$

$$T^{p+1}_{m,n} = \frac{\Delta \tau \cdot \lambda^p}{\rho \cdot c^p}\left(\frac{T^p_{m-1,n} - T^p_{m,n}}{\Delta x^2} + \frac{T^p_{m+1,n} - T^p_{m,n}}{\Delta x^2} + \frac{T^p_{m,n-1} - T^p_{m,n}}{\Delta y^2} + \frac{T^p_{m,n+1} - T^p_{m,n}}{\Delta y^2}\right) + T^p_{m,n}$$





Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

OSNOVE METODE KONTROLNIH ZAPREMINA

IZVOĐENJE OSNOVNIH JEDNAČINA - GRANICA

$$Q^p_{ul\ m,n} = Q^p_{sač\ m,n}$$

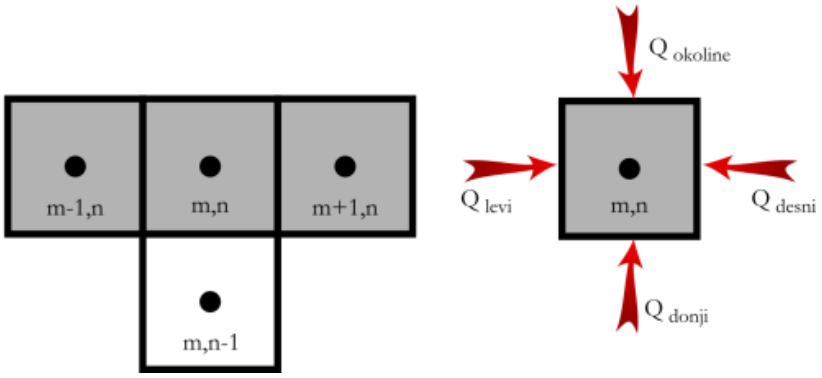
$$Q^p_{ul\ m,n} = Q^p_{levi\ m,n} + Q^p_{desni\ m,n} + Q^p_{donji\ m,n} + Q^p_{okoline\ m,n}$$

Furijeov zakon:

$$Q^p_{levi\ m,n} = \lambda^p \frac{T^p_{m-1,n} - T^p_{m,n}}{\Delta x} A_{yz} \Delta\tau$$

Njutnov zakon:

$$Q^p_{okoline\ m,n} = \alpha^p_{m,n-1}\left(T^p_{m,n-1} - T^p_{m,n}\right) \Delta x\, \Delta z\, \Delta\tau$$



Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

OSNOVE METODE KONTROLNIH ZAPREMINA

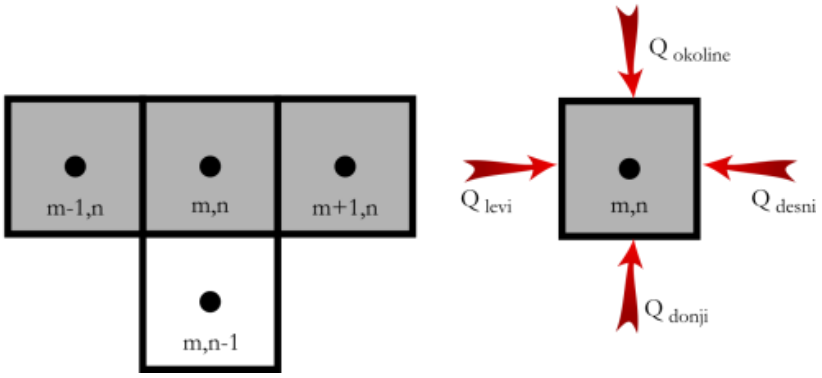
IZVOĐENJE OSNOVNIH JEDNAČINA - GRANICA

$$Q^p_{ul\ m,n} = Q^p_{sač\ m,n}$$

$$Q^p_{ul\ m,n} = Q^p_{levi\ m,n} + Q^p_{desni\ m,n} + Q^p_{donji\ m,n} + Q^p_{okoline\ m,n}$$

$$Q^p_{ul\ m,n} = \lambda^p \frac{T^p_{m-1,n} - T^p_{m,n}}{\Delta x} \Delta y\, \Delta z\, \Delta\tau + \lambda^p \frac{T^p_{m+1,n} - T^p_{m,n}}{\Delta x} \Delta y\, \Delta z\, \Delta\tau +$$

$$+\lambda^p \frac{T^p_{m,n-1} - T^p_{m,n}}{\Delta y} \Delta x\, \Delta z\, \Delta\tau + \alpha^p_{m,n+1}\left(T^p_{m,n+1} - T^p_{m,n}\right) \Delta x\, \Delta z\, \Delta\tau$$



Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

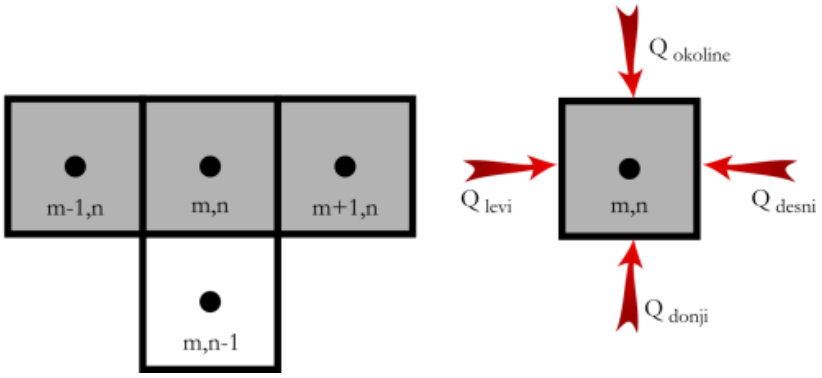
OSNOVE METODE KONTROLNIH ZAPREMINA

IZVOĐENJE OSNOVNIH JEDNAČINA - GRANICA

$$Q^p_{ul\ m,n} = Q^p_{sač\ m,n}$$

$$Q^p_{ul\ m,n} = Q^p_{levi\ m,n} + Q^p_{desni\ m,n} + Q^p_{donji\ m,n} + Q^p_{okoline\ m,n}$$

$$T^{p+1}_{m,n} = \frac{\Delta\tau \cdot \lambda^p}{\rho \cdot c^p}\left(\frac{T^p_{m-1,n} - T^p_{m,n}}{\Delta x^2} + \frac{T^p_{m+1,n} - T^p_{m,n}}{\Delta x^2} + \frac{T^p_{m,n-1} - T^p_{m,n}}{\Delta y^2} + \frac{\alpha^p_{m,n+1}\left(T^p_{m,n+1} - T^p_{m,n}\right)}{\Delta y\ \lambda^p}\right) + T^p_{m,n}$$

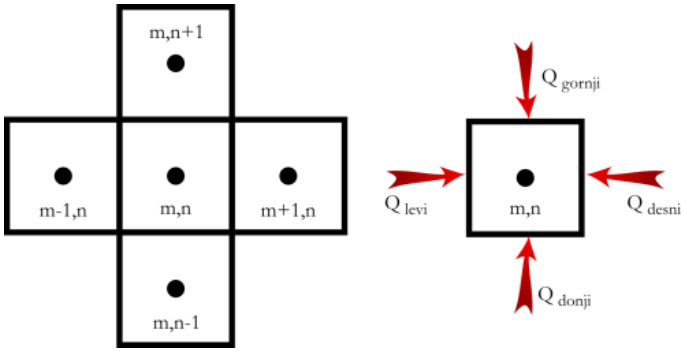


Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

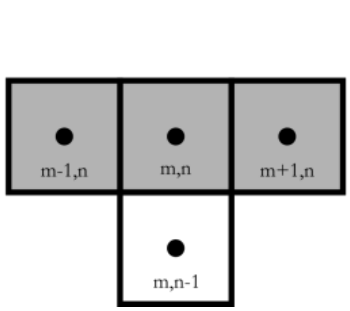
OSNOVE METODE KONTROLNIH ZAPREMINA

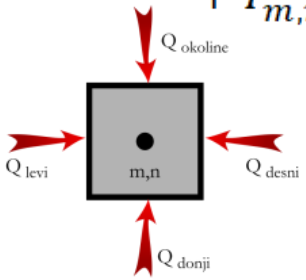
IZVOĐENJE OSNOVNIH JEDNAČINA - GRANICA

$$Q^p_{ul\,m,n} = Q^p_{sač\,m,n}$$



$$T^{p+1}_{m,n} = \frac{\Delta\tau \cdot \lambda^p}{\rho \cdot c^p}\left(\frac{T^p_{m-1,n} - T^p_{m,n}}{\Delta x^2} + \frac{T^p_{m+1,n} - T^p_{m,n}}{\Delta x^2} + \frac{T^p_{m,n-1} - T^p_{m,n}}{\Delta y^2} + \frac{T^p_{m,n+1} - T^p_{m,n}}{\Delta y^2}\right) + T^p_{m,n}$$





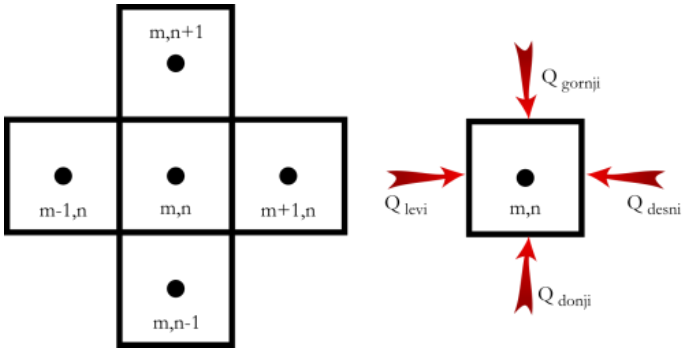
$$T^{p+1}_{m,n} = \frac{\Delta\tau \cdot \lambda^p}{\rho \cdot c^p}\left(\frac{T^p_{m-1,n} - T^p_{m,n}}{\Delta x^2} + \frac{T^p_{m+1,n} - T^p_{m,n}}{\Delta x^2} + \frac{T^p_{m,n-1} - T^p_{m,n}}{\Delta y^2} + \frac{\alpha^p_{m,n+1}\left(T^p_{m,n+1} - T^p_{m,n}\right)}{\Delta y\ \lambda^p}\right) + T^p_{m,n}$$

Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

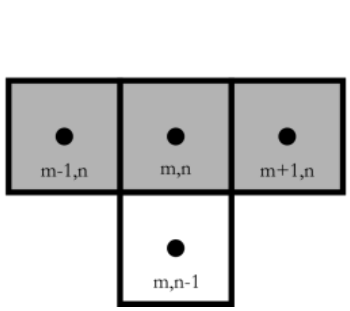
OSNOVE METODE KONTROLNIH ZAPREMINA

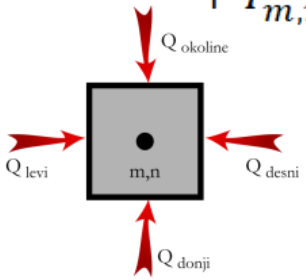
IZVOĐENJE OSNOVNIH JEDNAČINA - GRANICA

$$Q^p_{ul\,m,n} = Q^p_{sač\,m,n}$$



$$T^{p+1}_{m,n} = \frac{\Delta\tau \cdot \lambda^p}{\rho \cdot c^p}\left(\frac{T^p_{m-1,n} - T^p_{m,n}}{\Delta x^2} + \frac{T^p_{m+1,n} - T^p_{m,n}}{\Delta x^2} + \frac{T^p_{m,n-1} - T^p_{m,n}}{\Delta y^2} + \boxed{\frac{T^p_{m,n+1} - T^p_{m,n}}{\Delta y^2}}\right) + T^p_{m,n}$$





$$T^{p+1}_{m,n} = \frac{\Delta\tau \cdot \lambda^p}{\rho \cdot c^p}\left(\frac{T^p_{m-1,n} - T^p_{m,n}}{\Delta x^2} + \frac{T^p_{m+1,n} - T^p_{m,n}}{\Delta x^2} + \frac{T^p_{m,n-1} - T^p_{m,n}}{\Delta y^2} + \boxed{\frac{\alpha^p_{m,n+1}\left(T^p_{m,n+1} - T^p_{m,n}\right)}{\Delta y\ \lambda^p}}\right) + T^p_{m,n}$$

Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

OSNOVE METODE KONTROLNIH ZAPREMINA

IZVOĐENJE OSNOVNIH JEDNAČINA - ZRAČENJE

$$Q^p_{ul\ m,n} = Q^p_{sač\ m,n}$$

$$\alpha^p_{zrač\ m,n-1} = \frac{-q^p_{zračenja\ \ m,n}}{\left(T^p_{m,n-1} - T^p_{m,n}\right)\Delta x\ \Delta z}$$

$$q^p_{zračenja\ \ m,n} = \frac{\sigma\left(T^p_{m,n} + 273{,}15\right)^4 - J^p_{m,n}}{R^p_{pov\ m,n}}$$

Izvor: L. Kovačević, A. Miletić, B. Škorić, Projektovanje tehnologije termičke obrade: Praktikum za vežbe, FTN, 2020.

TERMIČKA OBRADA SAVREMENIH ALATA

HVALA NA PAŽNJI